Menentukan Nilai Eigen Tak Dominan Suatu Matriks Definit Negatif Menggunakan Metode Kuasa Invers dengan *Shift*

Yuli Andriani

Jurusan Matematika FMIPA, Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan, Indonesia

Intisari: Metode Kuasa dengan *shift* adalah metode iteratif untuk menentukan nilai eigen tak dominan suatu matriks definit negatif. Jika vektor eigen tak dominan perkiraan diketahui, Kuesien Rayleigh memberikan nilai eigen tak dominan perkiraan. Penelitian ini menunjukkan bagaimana menentukan nilai eigen tak dominan suatu matriks definit negatif dengan metode Kuasa Invers dengan *shift*. Hasilnya menunjukkan bahwa iterasi berhenti ketika nilai galat mendekati nilai eigen tak dominan.

Kata kunci: nilai eigen tak dominan, vektor eigen tak dominan, matriks definit negatif

Januari 2011

1 PENDAHULUAN

Dalam mencari nilai eigen dari suatu matriks $n\times n$ dapat digunakan penyelesaian persamaan karakteristiknya. Penyelesaian persamaan karakteristik ini akan menghasilkan nilai eigen dominan dengan vektor eigen yang bersesuaian dan nilai eigen tak dominan dengan vektor eigen yang bersesuaian.

Suatu nilai eigen dikatakan nilai eigen dominan jika ada satu nilai eigen mutlak yang paling besar dibandingkan dengan nilai mutlak dari nilai-nilai eigen selebihnya. Dan sebaliknya, suatu nilai eigen dikatakan nilai eigen tak dominan jika ada satu nilai eigen mutlak yang paling kecil dibandingkan dengan nilai mutlak dari nilai-nilai eigen selebihnya.

Nilai eigen dominan suatu matriks dapat ditentukan dengan menggunakan suatu metode yang dikenal metode pangkat atau metode kuasa. Sedangkan untuk nilai eigen yang tak dominan dapat ditentukan dengan menggunakan invers dari metode kuasa tersebut, di mana matriks yang digunakan dicari inversnya. Metode ini disebut Metode Kuasa Invers.

Selain metode kuasa invers di atas, nilai eigen tak dominan dapat ditentukan dengan menggunakan nilai *shift* yang diperoleh dari penerapan teorema Gerschgorin. Nilai *shift* ini merupakan nilai pendekatan dari nilai eigen tak dominan. Metode seperti ini disebut Metode Kuasa Invers dengan *shift*.

Metode iteratif ini harus diketahui vektor eigen tak dominan sehingga dapat langsung ditentukan, sedangkan dengan perhitungan persamaan karakteristik nilai eigen tak dominan dan vektor eigen tak dominan yang bersesuaian tidak dapat langsung ditentukan dan metode Kuasa Invers dengan *shift* berlaku untuk matriks simetrik definit positif. Bagaimana dengan matriks definit negatif, apakah masih dapat ditentukan nilai eigennya bila menggunakan metode Kuasa Invers dengan *shift*.

2 TINJAUAN PUSTAKA

Definisi 1 *Sebuah matriks kuadrat* $\mathbf{A}$ *dikatakan matriks simetrik jika* $\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$. *Dengan kata lain entri* $a_{ij} = a_{ji}$ *dengan* $i \neq j$.

2.1 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Sebuah operator linier $\mathbf{T} : \mathbf{V} \rightarrow \mathbf{V}$ diberikan, dan diperlukan untuk menentukan skalar λ agar persamaan $\mathbf{Tx} = \lambda\mathbf{x}$ mempunyai penyelesaian yang tak nol.

Definisi 2 *Jika* $\mathbf{A}$ *adalah matriks* $n \times n$, *maka vektor tak nol* $\mathbf{x}$ *di dalam* R^n *dinamakan vektor eigen dari* $\mathbf{A}$, *jika* $\mathbf{Ax}$ *adalah kelipatan skalar dari* $\mathbf{x}$, *yakni* $\mathbf{Ax} = \lambda\mathbf{x}$ *untuk skalar* λ. *Skalar* λ *dinamakan nilai eigen dari* $\mathbf{A}$ *dan* $\mathbf{x}$ *dikatakan sebuah vektor eigen yang bersesuaian dengan* λ

Untuk mencari nilai eigen dari sebuah matriks $\mathbf{A}$ yang berukuran $n \times n$ maka dituliskan kembali $\mathbf{Ax} = \lambda\mathbf{x}$ sebagai:

$$\mathbf{Ax} = \lambda\mathbf{Ix}$$

Atau secara ekivalen:

$$(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A})x = 0 \tag{1}$$

Supaya λ menjadi nilai eigen, maka harus ada penyelesaian tak nol dari Pers.(1) jika dan hanya jika,

$$\det(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \mathbf{0}$$

Persamaan tersebut dinamakan persamaan karakteristik dari $\mathbf{A}$; skalar yang memenuhi persamaan ini adalah nilai eigen dari $\mathbf{A}$. Bila diperluas, maka determinan det $(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A})$ adalah polinom karakteristik dari $\mathbf{A}$.

Untuk setiap vektor eigen $\mathbf{x}$ dari $\mathbf{A}$, vektor $\mathbf{x} = \frac{\mathbf{x}}{||\mathbf{x}||}$ juga merupakan vektor eigen dari $\mathbf{A}$yang bersesuaian dengan λ yang sama, dan $||\mathbf{x}|| = 1$. Proses seperti ini dinamakan proses normalisasi dan vektor yang dihasilkan adalah vektor yang telah dinormalisasikan,[1].

2.2 Bentuk Kuadrat dan Matriks Definit Negatif

Sebuah matriks dengan n baris dan n kolom dinamakan matriks kuadrat berordo-n, dan entri $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ dikatakan berada pada diagonal utama dari $\mathbf{A}$.

Definisi 3 *Bentuk kuadrat pada $x_1, x_2, \ldots, x_n$ adalah ekspresi yang dapat ditulis $\mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x}$ dengan $\mathbf{A}$ adalah matriks simetrik $n \times n$.*

Jika dimisalkan, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ maka bentuk kuadrat dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x} = a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + \ldots + a_{nn}x_n^2 + \sum_{i \neq j} a_{ij}x_ix_j$$

dengan $i = 1, 2, \ldots, n$ dan $j = 1, 2, \ldots, m$. $\sum_{i \neq j} a_{ij}x_ix_j$ menyatakan suatu jumlah suku berbentuk $a_{ij}x_ix_j$ dengan x_i dan x_j merupakan peubah yang berbeda.

Jika $\mathbf{A}$ adalah matriks simetrik $n \times n$ dan bentuk kuadratnya lebih besar dari nol,

$$\mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x} < \mathbf{0} \tag{2}$$

untuk semua $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$, maka $\mathbf{A}$ definit negatif. Sisi kiri dari Pers.(2) berbentuk matriks, yang menghasilkan matriks 1×1, yaitu suatu bilangan real.

Definisi 4 *Misalkan $\mathbf{A} : \mathbf{V} \rightarrow \mathbf{V}$ adalah operasi khusus pada ruang perkalian dalam $\mathbf{V}$. $\mathbf{A}$ dinamakan matriks definit negatif jika $\langle \mathbf{x}, \mathbf{A}\mathbf{x} \rangle < 0$ untuk semua $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ di dalam $\mathbf{V}$*[2].

Teorema 1 *Matriks simetrik $\mathbf{A}$ adalah definit negatif jika dan hanya jika semua nilai eigen adalah negatif*

2.3 Metode Kuasa Invers dengan *Shift*

Metode ini secara perhitungan menggunakan suatu nilai pendekatan terhadap nilai eigen tak domian dari matriks $\mathbf{A}$ yang disebit dengan *shift*. Besarnya nilai *shift* akan diperoleh menggunakan Teorema *Gerschgorin*.

Definisi 5 *Suatu nilai eigen dari suatu matriks $\mathbf{A}$ dinamakan nilai eigen tak dominan dari $\mathbf{A}$ jika nilai mutlaknya lebih kecil dari nilai-nilai eigen yang selebihnya, sedangkan vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen tak dominan dinamakan vektor eigen tak dominan $\mathbf{A}$.*

Salah satu cara menentukan nilai eigen tak dominan apabila aproksimasi terhadap vektor eigen tak dominan telah diketahui dengan menggunakan Kuesien Rayleigh(nilai bagi Rayleigh) untuk suatu matriks simetrik $\mathbf{A}$ yaitu[3]

$$\lambda = \frac{\langle \mathbf{x}, \mathbf{A}\mathbf{x} \rangle}{\langle \mathbf{x}, \mathbf{x} \rangle} \tag{3}$$

2.4 Dekomposisi-LU

Pada bagian ini dibahas mengenai pemfaktoran matriks ke dalam hasil kali matriks segiotiga bawah dan segitiga atas. Metode ini sangat bermanfaat untuk komputer dan merupakan basis untuk banyak program komputer praktis.

Definisi 6 *Sebuah faktorisasi matriks $\mathbf{A}$ kuadrat seperti $\mathbf{A} = \mathbf{LU}$, dimana $\mathbf{L}$ adalah matriks segitiga bawah dan $\mathbf{U}$ matriks segitiga atas dikatakan sebuah dekomposisi $\mathbf{LU}$.*

Untuk menentukan matriks $\mathbf{L}$ dan matriks $\mathbf{U}$ diperlukan Operasi Baris Elementer (OBE), yang dalam proses menentukan matriks $\mathbf{U}$ pengali dari OBE tersebut merupakan entri-entri dari matriks $\mathbf{L}$. Berikut ini skema matriks $\mathbf{L}$ dan matriks $\mathbf{U}$:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ * & 1 & 0 \\ * & * & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{U} = \begin{pmatrix} * & * & * \\ 0 & * & * \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix}$$

2.5 Vektor Hampiran Awal

Pada umumnya vektor hampiran awal untuk metode iterasi dalam mencari vektor eigen dan nilai eigen tak dominan dari suatu matriks $n \times n$adalah berbentuk

$$\mathbf{u}_0 = (111 \ldots n)\mathbf{T}_{1 \times n}$$

karena vektor yang dihampiri jarang sekali banyak memiliki komponen nol. karena proses penormalan di atas maka vektor hampiran awalnya menjadi berbentuk[4]

$$\mathbf{u}_0 = (\frac{1}{\sqrt{n}} \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{1}{\sqrt{n}} \ldots \frac{1}{\sqrt{n}})\mathbf{T}_{1 \times n}.$$

2.6 Analisis Galat

Di dalam metode kuasa invers terdapat dua buah kriteria untuk menghentikan iterasi. Kriteria penghentian pertama berdasarkan galat relatif dari hampiran vektor eigen tak dominan dan kriteria kedua berdasarkan galat relatif dari nilai eigen tak dominan. Kriteria kedua dipakai bila ingin menghentikan iterasi pada galat relatif yang diperbolehkan ϵ_1. Maka iterasi dihentikan jika

$$|\frac{\rho_k - \rho_{k-1}}{\rho_k}| \leq \epsilon_1$$

dengan ρ_k adalah nilai eigen tak dominan pada iterasi ke-k Kriteria kedua ini dapat pula dipakai untuk menentukan ketelitian nilai eigen tak dominan yang diperoleh pada iterasi tertentu yang dihentikan karena telah memenuhi ketelitian yang diinginkan bagi nilai eigen tak dominan. Begitu pula sebaliknya[5].

3 METODOLOGI

Langkah-langkah yang harus dilakukan dalam menentukan nilai eigen tak dominan suatu matriks tak tentu, dengan menggunakan metode kuasa invers adalah sebagai berikut :

- Diberikan sebarang matriks $\mathbf{A}$ sebagai matriks simetrik definit negatif.
- Menentukan vektor hampiran awal dan menormalkannya.
- Menentukan matriks $\mathbf{L}$ sebagai matriks segitiga bawah, $\mathbf{U}$ matriks segitiga atas, dan Permutasi dari matriks $\mathbf{A}$ untuk metode kuasa invers dengan *shift*.
- Menyelesaikan $\mathbf{LY} = \mathbf{PX}$ dan $\mathbf{UZ} = \mathbf{Y}$.
- Mengalikan matriks $\mathbf{A}$ dengan $\mathbf{Z}$ yang telah dinormalkan.
- Menghitung nilai eigen tak dominan dengan menggunakan Pers.(3).
- Mengulangi langkah ke-4 - 6 dengan $\mathbf{Z} = \mathbf{X}$ sampai nilai eigen tak dominan yang ditentukan mendekati nilai eigen tak dominan dari matriks simetrik definit negatif.
- Perhitungan dengan metode Kuasa Invers dengan *shift* dengan memberikan nilai *shift*-nya, yaitu
  - Menentukan nilai *shift*
  - Mengalikan $\mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{sI}) = \mathbf{LU}$
  - Menyelesaikan $\mathbf{LY} = \mathbf{PX}$ dan $\mathbf{UZ} = \mathbf{Y}$
  - Menghitung $\mathbf{Z}_k = \frac{\mathbf{Z}}{||\mathbf{Z}||}$
  - Menghitung $\rho_k = \frac{(\mathbf{Z}_k, \mathbf{AZ}_k)}{(\mathbf{Z}_k, \mathbf{Z}_k)}$
- Melakukan iterasi untuk menghitung nilai ρ_k, dan menghentikan iterasi apabila ketelitian nilai eigen tak dominan mendekati toleransi galat yang diberikan.
- Interpretasi hasil.

4 HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Nilai Eigen Tak Dominan menggunakan Metode Kuasa Invers dengan *Shift*

Misalkan $\mathbf{A}$ suatu matriks simetrik definit negatif, maka untuk menentukan nilai eigen tak dominan dari matriks $\mathbf{A}$ menggunakan metode Kuasa Invers dengan *shift* diawali dengan menormalkan vektor hampiran awal ($\mathbf{x}$) yang telah diketahui. Kemudian dari Teorema *Gerschgorin* ditentukan daerah nilai eigen tak dominan dari matriks $\mathbf{A}$, sehingga dapat diperoleh nilai *shift*(s).

Dari pembentukan matriks dengan nilai *shift* ($\mathbf{A} - \mathbf{sI}$) dicari matriks segitiga atas $\mathbf{U}$ dan matriks segitiga bawah $\mathbf{L}$ dari matriks $\mathbf{A}$.

Setelah matriks $\mathbf{L}$ dan matriks $\mathbf{U}$ didapat, maka langkah selanjutnya adalah melakukan perhitungan yang berulang-ulang dengan memasukkan nilai yang didapat dari perhitungan sebelumnya ke perhitungan berikutnya. Perhitungan ini dilakukan sampai pada ketelitian tertentu yang diinginkan atau galat keluaran ϵ_1 lebih kecil atau sama dengan galat masukan.

Berikut ini diuraikan secara jelas bagaimana menentukan nilai eigen tak dominan suatu matriks tak tentu dengan menggunakan metode kuasa invers.

Misalkan diberikan matriks 3×3,

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Dengan menggunakan metode kuasa invers untuk menentukan nilai eigen tak dominan dari matriks $\mathbf{A}$.

Ditinjau

$$\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Normalisasi vektor hampiran awal menghasilkan

$$\mathbf{x}_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,5774 \\ -0,5774 \\ -0,5774 \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya menentukan vektor eigen tak dominan dan nilai eigen tak dominan menggunakan metode kuasa invers dengan *shift* dari matriks $\mathbf{A}$ adalah menentukan nilai *shift*, matriks $\mathbf{L}$ dan matriks $\mathbf{U}$. Menurut Teorema Gerschgorin daerah nilai eigen matriks $\mathbf{A}$ adalah

$$\begin{aligned} |\lambda+3| < 1 &\rightarrow -1 < \lambda+3 < 1 \rightarrow -4 < \lambda < -2 \\ |\lambda+2| < 1 &\rightarrow -1 < \lambda+2 < 1 \rightarrow -3 < \lambda < -1 \\ |\lambda+2| < 1 &\rightarrow \lambda = -2. \end{aligned}$$

Jadi daerah nilai eigen tak dominan $-2 < \lambda < -1$, misalkan diambil nilai *shift* $s = -1,2$, maka bentuk matriks $\mathbf{A}$ menjadi

$$(\mathbf{A} - s\mathbf{I}) = \begin{pmatrix} -1,8 & -1 & 0 \\ -1 & -0,8 & 0 \\ 0 & 0 & -0,8 \end{pmatrix}.$$

Dari bentuk matriks $(\mathbf{A} - s\mathbf{I})$ dicari matriks $\mathbf{L}$ dan matriks $\mathbf{U}$

$$\begin{pmatrix} -1,8 & -1 & 0 \\ -1 & -0,8 & 0 \\ 0 & 0 & -0,8 \end{pmatrix} - \frac{1}{1,8}R_1 + R_2 \begin{pmatrix} -1,8 & -1 & 0 \\ 0 & -\frac{0,4}{1,8} & 0 \\ 0 & 0 & -0,8 \end{pmatrix}$$

Sehingga matriks $\mathbf{L}$ dan $\mathbf{U}$ adalah,

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{1,8} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{U} = \begin{pmatrix} -1,8 & -1 & 0 \\ 0 & -\frac{0,4}{1,8} & 0 \\ 0 & 0 & -0,8 \end{pmatrix}$$

Karena tidak ada pertukaran baris pada matriks $\mathbf{A}$ maka

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Kemudian diselesaikan $\mathbf{LY} = \mathbf{Px}_0$, yaitu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{1,8} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,5774 \\ -0,5774 \\ -0,5774 \end{pmatrix}$$

yang menghasilkan, $y_1 = -0,5774$; $y_2 = -0,2566$; $y_3 = -0,5774$. Penyelesaian $\mathbf{UZ}_1 = \mathbf{Y}$

$$\begin{pmatrix} -1,8 & -1 & 0 \\ 0 & -\frac{0,4}{1,8} & 0 \\ 0 & 0 & -0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,5774 \\ -0,2566 \\ -0,5774 \end{pmatrix}$$

menghasilkan $z_1 = 0,3207$; $z_2 = 1,1547$; $z_3 = 0,7218$. Karena itu diperoleh nilai

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{pmatrix} -0,2293 \\ 0,8254 \\ 0,5159 \end{pmatrix}.$$

Dengan mengalikan $\mathbf{Z}_1$ dengan $\mathbf{A}$ akan menghasilkan

$$\mathbf{AZ}_1 = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,2293 \\ 0,8254 \\ 0,5159 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,1375 \\ -1,4215 \\ -1,0318 \end{pmatrix}$$

dan Kuosien Rayleigh perkiraan pertama dari nilai eigen tak dominan adalah:

$$\rho_1 = \frac{\langle \mathbf{Z}_1, \mathbf{AZ}_1 \rangle}{\langle \mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_1 \rangle} = -1,6741$$

Langkah selanjutnya $\mathbf{x}_0 = \mathbf{Z}_1$, untuk menyelesaikan $\mathbf{LY} = \mathbf{Px}_0$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{1,8} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,2293 \\ 0,8254 \\ 0,5159 \end{pmatrix}$$

dan diperoleh $y_1 = -0,2293$; $y_2 = 0,9528$ $y_3 = 0,5159$. Penyelesaikan $\mathbf{UZ} = \mathbf{Y}$

$$\begin{pmatrix} -1,8 & -1 & 0 \\ 0 & -\frac{0,4}{1,8} & 0 \\ 0 & 0 & -0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,2293 \\ 0,9528 \\ 0,5159 \end{pmatrix}$$

menghasilkan $z_1 = 2,5094$; $z_2 = 4,2876$; $z_3 = -0,6449$, sehingga

$$\mathbf{Z}_2 = \begin{pmatrix} 0,5009 \\ -0,8559 \\ -0,1287 \end{pmatrix}.$$

Dengan mengalikan $\mathbf{Z}_2$ dengan $\mathbf{A}$ diperoleh

$$\mathbf{AZ}_2 = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,5009 \\ -0,8559 \\ -0,1287 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,6468 \\ 1,2109 \\ 0,2574 \end{pmatrix}$$

dan Kuosien Rayleigh perkiraan dari nilai eigen tak dominan adalah:

$$\rho_2 = \frac{\langle Z_2, AZ_2 \rangle}{\langle Z_2, Z_2 \rangle} = -1,3935$$

Kemudian dilakukan perhitungan dengan cara yang sama seperti di atas hingga iterasi ke-4, apabila kesalahan relatif yang diperkenankan bagi hampiran nilai eigen tak dominan $\epsilon_1 = 0,0003$. Karena,

$$\left| \frac{-1,3821 - (-1,3825)}{1,3821} \right| = 2,8941 \times 10^{-4}$$

Berdasarkan perhitungan dapat dilihat bahwa faktorisasi matriks dan substitusi serta menormalkannya semakin mendekati nilai eigen tak dominan.

4.2 Analisis Galat

Di dalam metode Kuasa Invers dengan *shift* terdapat kriteria untuk menghentikan iterasi. Kriteria penghentian berdasarkan galat relatif dari nilai eigen tak dominan. Kriteria dipakai apabila ingin menghentikan iterasi pada galat relatif yang diperbolehkan ϵ_1. Iterasi dihentikan jika $\left|\frac{\rho_k - \rho_{k-1}}{\rho_k}\right| \leq \epsilon_1$, dengan ρ_k adalah nilai eigen tak dominan pada iterasi ke-k. Kriteria ini dapat dipakai untuk menentukan ketelitian nilai eigen tak dominan yang diperoleh pada iterasi tertentu yang dihentikan karena telah memenuhi ketelitian yang diinginkan bagi nilai eigen tak dominan[5]. Jika nilai *shift* matriksnya diganti dengan nilai yang lebih besar dari $s = -1,2$, maka hampiran nilai eigen tak dominan menjauhi nilai eigen tak dominan yang eksak atau sebaliknya jika nilai *shift* matriksnya lebih kecil dari $s = -1,2$, maka hampiran nilai eigen tak dominan mendekati nilai eigen tak dominan yang eksak.

5 KESIMPULAN

Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Nilai *shift* dan galat masukan sangat berpengaruh terhadap nilai eigen tak dominan yang dihasilkan. Semakin nilai *shift* mendekati nilai eigen tak dominan dan galat masukan kecil, maka hampiran nilai eigen tak dominan semakin mendekati nilai eigen tak dominan yang eksak serta galat keluaran semakin kecil dan sebaliknya.

2. Penggunaan metode Kuasa Invers dengan *shift* untuk menentukan nilai eigen tak dominan suatu matriks definit negatif akan lebih baik jika nilai *shift* yang diperkirakan sangat mendekati nilai eigen tak dominan.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anton, H. dan P. Silaban, 1991, *Aljabar Linier Elementer*, Edisi ketiga, Penerbit Erlangga, Jakarta

[2] Hager, W., 1988, *Applied Numerical Linear Algebra*, Prentice Hall International Inc., Pennsylvania

[3] Strang, G., 1988, *Linear Algebra and It's Applicatiopn*, Harcourt Brace Jovanovich Inc., New Jersey

[4] O'Nan, M., 1976, *Linear Algebra*, Harcourt Brace Jovanovich Inc., San Fransisco

[5] Cullen, C.G., 1994, *An Introduction Numerical Linear Algebra*, PWS Publishing Company, Boston