Pemodelan dan Peramalan Deret Waktu Musiman dengan Pendekatan *Filter Bank*

Robinson Sitepu
Jurusan Matematika FMIPA, Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan, Indonesia

Intisari: Pada makalah ini penulis mengajukan suatu metode untuk memodelkan dan meramalkan deret waktu musiman. Tidak seperti metode tradisional yang hanya bergantung sepenuhnya pada model dinamik, di sini diajukan suatu metode yang mengkombinasikan pemodelan dinamik stokastik dengan analisis *filter bank* yang dirancang untuk mengurangi dimensionalitas dan untuk menggali komponen yang ada untuk peramalan jangka panjang yang dapat dipercaya. *Filter bank* mengubah (*decomposes*) deret waktu menjadi komponen-komponen musiman dan hanya komponen tersebut yang koheren melalui periode yang terpilih untuk pemodelan dan peramalan selanjutnya. Percobaan yang dilakukan menunjukkan bahwa menurut kondisi tertentu yang tepat, penggunaan komponen koheren yang tepat tidak hanya mengurangi kompleksitas pemodelan dan jumlah data percobaan yang diperlukan tetapi juga membatasi dampak perubahan berkala dan juga gangguan (*noise*) dalam data percobaan sedemikian sehingga memberikan ramalan robust dengan variabilitas yang berkurang.

Kata kunci: pemodelan, peramalan, deret waktu musiman, *filter bank*

Abstract: This paper proposes a method for modeling and forecasting seasonal time series. Unlike the traditional method that depends solely on dynamic models, here we propose method that combines stochastic dynamic modeling with an analysis filter bank designed to reduce dimensionality and to extract persistent components for reliable long-term forecasting. The filter bank decomposes the time series of interest into seasonal components and only those components that are highly coherent across the periods are selected for subsequent modeling and forecasting. Experiments show that under suitable conditions, the use of highly coherent components not only reduce the modeling complexity and the required amount of training data but also limits the impact of noise and occasional corruption in the training data in such a way provides robust forecast with reduced variability.

Keywords: modelling, forecasting, seasonal time series, filter bank

Mei 2009

1 PENDAHULUAN

Periodeksitas merupakan sifat yang umum pada deret waktu yang biasanya dapat dijumpai dalam bidang fisika, bisnis dan ekonomi[1,2]. Bentuk deret waktu musiman atau periodik tidak deterministik, karena tidak berulang secara murni dari satu periode ke periode lainnya. Hal ini disebabkan adanya variasi acak pada periode tersebut. Istilah “musim” merupakan istilah umum, yang menyatakan periodeksitas integral (misalnya, 24 jam, 12 bulan, 52 minggu, dan lain-lain).

Model yang paling umum digunakan untuk musiman yang mudah berubah bisa diklasifikasikan secara khusus menjadi dua kategori utama: model dengan akar unit musiman dan model dengan parameter tergantung musim. Dalam kategori pertama, model ARIMA musiman (atau SARIMA), dikembangkan oleh Box dan Jenkins[3], merupakan model yang paling populer dan digunakan sebagai patokan dalam studi peramalan komparatif[4]. Dalam model ini pola musiman dalam satu periode diasumsikan berulang sendiri pada priode berikutnya, hanya dengan gangguan acak tambahan. Dengan kata lain, jika $x(m)$ menyatakan vektor musiman pada tahun ke-m, maka model SARIMA mengasumsikan bahwa $x(m) = x(m-1) + \varepsilon(m)$, dengan $\varepsilon(m)$ adalah proses acak stasioner rata-rata nol (ARMA). Tipe *random-wolk* musiman juga diasumsikan dengan model keadaan ruang[5].

Penyaringan dengan filter bank linear dapat ditafsirkan sebagai memproyeksikan deret waktu input pada suatu himpunan fungsi dasar yang digambarkan oleh respon impuls filter, jika fungsi-fungsi dasar dirancang dengan bijaksana (misalnya, Sinus atau cosinus)

2 METODOLOGI

Langkah-langkah yang dilakukan:

1. Model-model deret waktu musiman,
2. Pemodelan dan peramalan deret waktu musiman dengan menggunakan pendekaan *Filter Bank*.

3 PEMBAHASAN

3.1 Pemodelan dan Peramalan Deret Waktu Musiman

Problem musiman seringkali dijumpai dalam fenomena kehidupan ekonomi dan masyarakat. Musiman berarti kecenderungan mengulangi pola tingkah gerak dalam periode musim, biasanya satu tahun untuk data bulanan. Karena itu, deret waktu musiman mempunyai karakteristik yang ditunjukkan oleh adanya korelasi berurutan yang kuat pada jarak semusim (periode musim), yakni waktu yang berkaitan dengan banyak observasi pada periode musim. Beberapa contoh deret waktu musiman antara lain jumlah penumpang kapal terbang, jumlah turis yang datang, dan tingkat curah hujan di suatu kota.

Banyak model yang dapat digunakan untuk menyelesaikan deret waktu musiman, salah satunya adalah dengan memasukkan variansi musiman dengan cara deterministik. Misalnya, deret waktu musiman mungkin dimodelkan sebagai fungsi waktu yang periodik ditambah komponen random. Kadang-kadang juga dengan menggunakan variabel *dummy* untuk mencerminkan efek tambahan yang berkaitan dengan bulan atau kuartal tertentu.

Model-model peramalan untuk data deret waktu musiman yang dijelaskan pada bab ini sebagai landasan berpikir untuk melakukan penelitian, agar mempermudah hasil pembahasan hasil utama pada bab selanjutnya. Adapun model-model peramalan untuk data deret waktu musiman mencakup: model ARIMA musiman, model ARIMA Musiman multiplikatif dan model ARIMA tidak stasioner.

3.1.1 Model ARIMA musiman

Proses *moving average* (MA) musiman untuk periode S tingkat Q atau MA$(Q)^S$ didefinisikan sebagai:

$$Z_t = \alpha_t - \Theta_1\alpha_{t-S} - \Theta_2\alpha_{t-2S} - \cdots - \Theta_Q\alpha_{t-QS} \quad (1)$$

dengan α_t bebas yang berdistribusi normal dengan rata-rata 0 variansi σ_α^2. Pers.(1) dapat juga ditulis dalam bentuk

$$Z_t = \Theta(B)\alpha_t \quad (2)$$

dengan $\Theta(B) = 1 - \Theta_1(B)^S - \Theta_2(B)^{2S} - \cdots - \Theta_Q(B)^{QS}$; yang dikenal sebagai operator MA$(Q)^S$.

Sebagai contoh dari model-model MA$(Q)^S$ akan diperlihakan MA$(1)^{12}$. Suatu proses $\{Z_t\}$ dikatakan mengikuti model MA$(1)^{12}$, jika $\{Z_t\}$ mengikuti model

$$Z_t = \alpha_t - \Theta\alpha_{t-12}\ . \quad (3)$$

Terlihat rata-rata Z_t, yaitu $E(Z_t) = 0$ untuk semua k. Dengan demikian diperoleh

$$\begin{aligned} E(Z_t, Z_{t-k}) &= E\big[(\alpha_t - \Theta_1\alpha_{t-12}) \\ &\qquad (\alpha_{t-k} - \Theta_1\alpha_{t-12-k})\big] \end{aligned} \quad (4)$$

Dalam hal ini $E(Z, Z_{t-k}) = 0$ untuk $k \neq 12$, artinya proses tidak mempunyai korelasi di luar lag 12. Sebagai ringkasan, untuk suatu deret yang mengikuti proses MA$(1)^{12}$,

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= \mathrm{var}(Z_t) = \sigma_\alpha^2(1+\Theta_1^2) \\ \gamma_{12} &= -\Theta_1\sigma_\alpha^2 \\ \rho_{12} &= -\frac{\Theta_1}{1+\Theta_1^2} \end{aligned}$$

dan

$$\gamma_k = \rho_k = 0 \quad \text{untuk } k \neq 12$$

Proses AR musiman untuk periode S tingkat P atau AR$(P)^S$ didefinisikan sebagai:

$$Z_t = \Theta_1 Z_{t-S} + \Theta_2 Z_{t-2S} + \cdots + \Theta_P Z_{t-PS} + \alpha_t \quad (5)$$

dengan α_t bebas dan berdistribusi normal dengan rata-rata 0 dan variansi σ_α^2. Pers.(5) dapat juga ditulis dalam bentuk

$$\Theta(B)Z_t = \alpha_t \quad (6)$$

dengan $\Theta(B) = 1 - \Theta_1(B)^S - \Theta_2(B)^{QS}$; yang dikenal sebagai operator AR$(P)^S$.

Sebagai contoh untuk model-model AR$(P)^S$ akan diperlihakan AR$(1)^{12}$ yaitu suatu proses $\{Z_t\}$ dikatakan mengikuti model AR$(1)^{12}$ jika $\{Z_t\}$ mengikuti model

$$Z_t = \alpha_t Z_{t-12} + \alpha_t \quad (7)$$

dengan $E(Z_t) = 0$ untuk semua k. Dengan demikian diperoleh

$$E(Z_t, Z_{t-k}) = E[(\Theta_1 Z_{t-12} + \alpha_t)(\Phi_1 Z_{t-12-k} + \alpha_{t-k})] \quad (8)$$

Jika pers.(8) dibagi dengan γ_0, maka diperoleh $\rho_k = \Phi_1\rho_{k-12}$, untuk $k \geq 1$. Dengan demikian

$$\rho_{12k} = \Phi_1\rho_0 \quad \text{dan} \quad \rho_{24} = \Phi_1\rho_{24} = \Phi_1^2 \quad (9)$$

sehingga secara umum diperoleh

$$\rho_{12k} = \Phi_1^k \quad \text{untuk } k = 1, 2, \ldots \quad (10)$$

Selanjutnya, untuk $k = 1$ dan $k = 11$, dan dengan menggunakan $\rho_k = -\rho_k$ akan memberikan $\rho_1 = \Phi_1\rho_{11}$ dan $\rho_{11} = \Phi_1\rho_1$ yang berimplikasi bahwa $\rho_1 = \rho_{11} = 0$. Dengan cara yang sama dapat pula ditunjukkan bahwa $\rho_k = 0$ untuk k selain lag-lag musiman $12, 24, 36, \ldots$ atau secara umum lag $S, 2S, 3S, \ldots$ untuk $AR(1)^S$

3.1.2 Model ARIMA Musiman Multiplikatif

Proses ARIMA $(0,0,1)(0,0,1)^{12}$ **atau MA** $(1)(1)^{12}$ adalah apabila proses $\{Z_t\}$ mengikuti model

$$Z_t = (1-\theta_1 B)(1-\Theta_1 B_{12})\alpha_t \tag{11}$$

Pers.(11) dapat juga ditulis dalam bentuk

$$Z_t = \alpha_t - \theta_1\alpha_{t-12} - \Theta_1\alpha_{t-12} + \theta_1\Theta_1\alpha_{t-12}\ . \tag{12}$$

Secara teoretis fungsi autokorelasi dari model memberikan nilai tidak sama dengan nol untuk lag 1, 11, 12 dan 13 seperti yang diperlihatkan oleh

$$\gamma_0 = (1+\theta_1^2)(1-\Theta_1^2)\sigma_\alpha^2 \tag{13}$$

$$\rho_1 = -\frac{\theta_1}{1+\theta_1^2} \tag{14}$$

$$\rho_{11} = \rho_{13} = \frac{\theta_1\Theta_1}{(1+\theta_1^2)(1+\Theta_1^2)} \tag{15}$$

dan

$$\rho_{12} = -\frac{\Theta_1}{1+\Theta_1^2} \tag{16}$$

Proses ARIMA$(0,0,1)(1,0,0)^{12}$ dari suatu proses Z_t didefinisikan sebagai

$$(1-\Phi_1 B^{12})Z_t = (1-\theta_1 B)\alpha_t\ , \tag{17}$$

atau dapat juga ditulis

$$Z_t = \Phi_1 Z_{t-12} + \alpha_t - \theta_1\alpha_{t-1}\ . \tag{18}$$

Dengan menggunakan teknik standar diperoleh

$$\gamma = \Phi\gamma_1 - \theta_1\sigma_a^2 \tag{19}$$

dan

$$\gamma_k = \Phi_1\gamma_{k-12} \quad \text{untuk } k \geq 2\ . \tag{20}$$

Melalui perhitungan seperti sebelumnya akan diperoleh

$$\gamma_0 = \frac{(1-\theta_1^2)}{(1-\Phi_1^2)}\sigma_\alpha^2 \tag{21}$$

$$\rho_{12k} = \Phi_1^k, \quad k = 1,2,\ldots \tag{22}$$

$$\rho_{12k-1} = \rho_{12k+1} = -\frac{\theta_1}{(1+\theta_1^2)}\Phi_1^k, \quad k = 0,1,2,\ldots$$

dan 0 untuk lag-lag yang lainnya.

3.1.3 Model ARIMA Musiman Tidak Stasioner

Dalam bagian ini diberikan ilustrasi tentang proses musiman yang tidak stasioner. Secara umum bentuk model ARIMA Box-Jenkins Musiman atau ARIMA(p, d, q)$(P,Q,D)^S$ adalah :

$$\phi_p(B)\phi_P(B^S)(1-B)^d(1-B^S)^D Z_t = \theta_q(B)\theta_Q(B^S)\alpha_t \tag{23}$$

dengan:

- p,d,q = order AR, MA dan *differencing* non-musiman,
- P,D,Q = order AR, MA dan *differencing* musiman,
- $\phi_p(B) = (1-\phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p)$
- $\phi_P(B^S) = (1-\phi_1 B^S - \phi_2 B^{2S} - \cdots - \phi_P B^{PS})$
- $(1-B)^d$ = order *differencing* non-musiman,
- $(1-B^S)^D$ = *differencing* musiman,
- $\theta_q(B) = (1-\theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q)$
- $\theta_Q(B^S) = (1-\theta_1 B^S - \theta_2 B^2 S - \cdots - \theta_Q B^Q S)$
- $Z_t = Z_t - \mu$

Sebagai contoh, jika $\{Z\}$ mengikuti model ARIMA $(0,0,1)(0,0,1)^{12}$ maka aturan matematika $\{Z_4\}$ mengikuti

$$(1-B)^1 Z_t = (1-\theta_1 B)(1-\Theta_1 B)\alpha_t \tag{24}$$

atau dapat juga ditulis dalam bentuk :

$$Z_t = Z_{t-1} + \alpha_t\theta_1\alpha_{t-1} - \Theta_1\alpha_{t-12} + \theta_1\Theta_1\alpha_{t-13} \tag{25}$$

3.2 Pemodelan dan Peramalan Deret Waktu Musiman dengan Pendekatan *Filter Bank*

3.2.1 Dekomposisi dengan Filter Bank

Komponen pertama dari pendekatan yang diajukan adalah dekomposisi deret waktu musiman dengan menggunakan *Filter Bank* STFA (analisis frekuensi waktu statistik). Untuk penyederhanaan hanya difilter bank ortogonal, walaupun ortogonalitas tidak diperlukan sepanjang transformasi mempunyai invers (*invertible*). Misalkan $\{x(t) = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots\}$ adalah deret waktu (univariat). Andaikan bahwa $\{x(t)\}$ diamati atas n periode dengan panjang $p > 1$ sehingga data yang ada dapat dinyatakan sebagai

$$x(m) := [x(mp_1), \ldots, x(mp-p)]^T \tag{26}$$

dengan $m = 1,\ldots,n$ dan $x(m)$ adalah vektor musiman dengan periode ke-m. (Elemen pertama dari $x(m)$ adalah pengamatan terbaru pada periode-m). Misalkan $w_k := [w_k(1),\ldots,w_k(p)]^T$ $(k = 1,\ldots,p)$ adalah himpunan filter respon impuls-berhingga (FIR) ortonormal, yang memenuhi

$$w_j^T w_k = \begin{cases} 1 \text{ jika } j = k \\ 0 \text{ jika } j \neq k \end{cases}$$

Dengan $\{x(t)\}$ sebagai *input*, *output* dari filter w_k dapat dinyatakan sebagai

$$\xi_k(t) := \sum_{T=1}^{p} w_k(T)x(t-T), \quad (k = 1, \ldots, p) \tag{27}$$

Dengan mengambil subsampel *output* pada $t = mp$ (yaitu, satu sampel per-periode) dihasilkan

$$\xi_k(mp) := \sum_{T=1}^{p} w_k(T)x(t-T) = w_k^T x(m) \tag{28}$$

Jika sampel-sempel dikumpulkan melalui *filter bank* untuk membentuk vektor

$$\xi(m) = [\xi_1(mp), \ldots, \xi_p(mp)]^T$$

maka dari pers.(28) diperoleh

$$\xi(m) = w_x(m) \tag{29}$$

dengan w adalah matriks ortogonal yang didefenisikan oleh

$$w = [w_1, \ldots, W_p] \tag{30}$$

Dengan demikian *output filter bank* ξ(m) merupakan transformasi orthogonal dari vektor data musiman $x(m)$. perhatikan bahwa w_k, yang juga dikenal sebagai filter analysis, merupakan vektor-vektor baris dari W.

Karena WTW $= I$, dapat di rekonstruksi $x(m)$ dari $\xi(m)$ menurut $x(m) = WT\xi$(m), rekonstruksi dapat diselesaikan dengan menggunakan *filter bank synthesis*, yang terdiri dari vektor-vektor kolom W, yaitu $w(T) = [wi(T), , wp(T)]^T$ $(Y = 1, \ldots, p)$ yang juga orthonormal. Rekonstruksi dapat dinyatakan sebagai

$$x(m) = \sum_{k=1}^{p} x_k(m) = \sum_{k=1}^{p} x_k(m) = \sum_{k=1}^{p} \xi_k(mp)w_k \tag{31}$$

dimana $xk(m) = \xi k(m)$ Wk merupakan proyeksi dari $x(m)$ pada Wk, dengan ξ k(m) merupakan koefisien proyeksi. Pers.(31) dapat ditafsirkan sebagai dekomposisi dari $x(m)$ menjadi p proyeksi orthogonal $x_k(m)$, $(k = 1, \ldots, p)$. Dalam dekomposisi ini, sifat-sifat intra-priode $\{x(t)\}$ disandikan oleh filter menjadi koefisien proyeksi dan variasi antar-periode dari $\{x(t)\}$ ditransformasikan menjadi dinamik koefisien proyeksi.

3.2.2 Pemodelan dengan Gelombang (Waveform) Koheren

Untuk setiap k tertentu, filter W_k dapat ditafsirkan sebagai bentuk gelombang pangkat tak hingga dengan indeks k menyatakan nomor gelombang. Menurut pers.(31), vektor musiman $x(m)$ merupakan superposisi p dari bentuk gelomban sedemikian yang memiliki koefisien,$\xi_k(m)$, bervariasi secara acak dari satu periode ke periode lainnya, yang menghasilkan perubahan musiman.

Defenisi gelombang koheren: Bentuk gelombang komponen dari $x(m)$ dapat diklasifikasikan ke dalam tiga kategori menurut koefisien statistiknya $\xi_k(mp)$. Selanjutnya, misalkan diasumsikan bahwa untuk setiap k, $\{\xi_k(mp)\}$ merupakan proses stasioner orde ke dua dengan rata-rata μ_k dan variansi σ_k^2 sedemikian sehingga

$$n^{-1} \sum_{m=1}^{n} \xi_k(mp) \to \mu_k; \; n_{-1} \sum_{m=1}^{n} \{\xi(mp) \to \mu_k\}^2 \to \sigma_k^2$$

apabila $n \to \infty$ secara pasti dalam keadaan probabilitas atau hampir.

Defenisi: *Dengan mengasumsikan kekuatan dari gelombang ke-k dari $x(m)$ didefenisikan sebagai*

$$\gamma_k := \frac{\mu_k^2}{\mu_k^2 + \sigma_k^2} \tag{32}$$

Bentuk gelombang ke-k dari $x(m)$ disebut(a) kuat secara lengkap $\gamma_k = 1$; (b) tidak kuat jika $\gamma_k = 0$; (c) kuat parsial jika $0 < \gamma_k < 1$. Misalkan k adalah taksiran k dari suatu sampel berhingga, bentuk gelombang ke-k dari $x(m)$ disebut sangat kuat atau high-C, jika $\gamma_k > \theta$, dengan θ adalah ambang batas.

Karena, $\mu_k^2 + \sigma_k^2$ adalah momen kedua dari $\xi_k(mp)$, kekuatan γ_k yang selalu di antara nol dan satu, dapat ditafsirkan sebagai pecahan dari variabilitas antar-perioede $\xi_k(mp)$ mendekati nol yan bias disebutkan pada $\xi_k(mp)$.

Model deret waktu musiman. Misalkan C $\subset \{1, \ldots, p\}$ adalah himpunan indeks dari bentuk-bentuk gelombang *High-C*. Dalam pendekatan yang diajukan, diasumsikan bahwa deret waktu $\{x(t)\}$ memenuhi syarat berikut:

$$x(m) = \sum_{k \in c} \xi_k(mp)w_k + \sum_{k \notin c} \xi_k(mp)w_k \tag{33}$$

dengan $\xi_c(m) = \text{vec}\{\xi k(m)\}$, $k \in C$ adalah proses acak stasioner multivariat yang selanjutnya akan dimodelkan, dan $\xi_c(m) = \text{vec}\{k(m)\}, k \notin C$ adalah gangguan putih (*white noise*) dan tidak tergantung pada $\{\xi k(m)\}$. Dalam model ini koefisien-koefisien proyeksi $\xi_k(mp)$ diasumsikan stasioner atas periode-periode (yaitu, terhadap m) tetapi diperbolehkan non-stasioner dalam periode (yaitu, atas k). Karena koefisien-koefisien korelasi diperbolehkan, maka model pada (33) dapat dianggap sebagai generalisasi konsep proses yang dapat diharmoniskan dengan memasukkan fungsi-fungsi dasar non-sinusoidal dan koefisien-koefisien acak non-bebas (penambahan).

Misalkan $\boldsymbol{R}(j) = [r_{kk}, (j)]$ adalah fungsi autokovariansi (ACF) dari $\{\xi_k(m)\}$, dengan $r_{kk} = \text{cov}\{\xi_k((m+$

$j)p)\}$, $\{\xi_k(mp)\}$ maka, berdasarkan kaitan (33), AFC dapat dinyatakan sebagai

$$\begin{aligned} C(t,t') &= \text{cov}\{x(t), x(t')\} \\ &= w(T)^T R(m-m')w(T') \\ &= \sum_{k,k' \in C} rr_{kk'}(m-m')w_k(T') \\ & \sum_{k \in C} \sigma_k^2 w_k(T) w_k(T') \end{aligned}$$

dengan $t = mp - T$ dan $t' = m'p - T'$. Jelaslah $C(t,t')$ adalah fungsi $(m-m')$, T, dan T', tetapi tidak harus merupakan fungsi $t - t' = (m-m')p - (T - T')$. Selanjutnya dapat dilihat bahwa $E\{x(t+p) = E\{x(t)\}$ dan $C(t+p, t'+p) = C(t,t')$ untuk sebarang t dan t'.

4 KESIMPULAN

Metode yang disajikan dalam tulisan ini menggunakan komponen musiman (*High-C*) yang koheren, yang diekstraksi oleh *filter bank* analisis frekuensi waktu statistik (STFA), yang menangkap efek musiman jangka panjang, metode ini juga menggunakan dinamika stokastik komponen *High-C* untuk memodelkan fluktuasi acak jangka pendek musiman. Hubungan intra-periode pola musiman digambarkan oleh *filter bank*, dan variasi antar-perioda dimodelkan oleh struktur autokorelasi koefisien *High-C* yang mudah berubah.

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan:

- Pola musiman dapat didekomposisikan menjadi komponen yang "relevan" (*High-C*) dan komponen yang "tidak relevan", sumber data dan perhitungan yang terbatas harus diarahkan pada metode sebelumnya.
- Pola musim yang berbeda mungkin membutuhkan filter bank yang berbeda untuk mendekomposisikan vektor musiman

DAFTAR PUSTAKA

[1] Dohay, Duxbury, and H.L. Hurd, 1994, *Representation and Estimation for Periodically and Almost Periodically Correlated Random Processes, in Cyclostationarity in Communications and Signal Processing*, edit. W.A. Gardner, IEEE Press, Piscataway, NJ

[2] Franses, P.H., 1996, *Periodicity and Stochastic Trends in Economic Time Series*, Oxpord university Press, oxford, UK

[3] Box, G.E.P. and G.M. Jenkins, 1997, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden day, san Fransisco

[4] Funke, M., 1990, Assessing the Forecasting Accuracy of Monthly Vector Gutoregressive Model, *International Journal of Forecasting*, vol. 6, hal. 363-

[5] Kitagawa, G. dan W. Gersch, 1996, *Smoothness Priors Analysis of Time Series*, Sprinter, New York