

MODEL ALIRAN FLUIDA CAIR PADA BATUAN BERPORI TERDISTRIBUSI ACAK

Arsali
Jurusan Fisika FMIPA Universitas Sriwijaya

ABSTRAK

Upaya untuk memahami hubungan antara porositas batuan dengan peluang terjadinya aliran fluida di dalamnya dipelajari berdasarkan pendekatan *teori perkolasi*. Dari hasil simulasi diperoleh hubungan *peluang perkolasi terhadap fraksi volume (pori) , P(p)*, sebagai:

$$\begin{aligned} P(p) &= 0 && \text{untuk } 0 \leq p < p_c \\ 0 < P(p) < 1 && \text{untuk } p_c \leq p < p_m \\ P(p) &= 1 && \text{untuk } p \geq p_m \end{aligned}$$

dengan p_c dan p_m masing-masing adalah *nilai kritis perkolasi* dan *nilai maksimum perkolasi*, yang merupakan parameter terkait dengan jelajah (range) nilai porositas dimana fluida dimungkinkan menembus batuan. Hasil simulasi juga mengisyaratkan pengaruh ukuran dan bentuk geometri sampel batuan terhadap nilai *porositas efektif* hasil pengukuran di lapangan.

PENDAHULUAN

Salah satu sifat dasar fluida adalah pada kecenderungannya menyesuaikan diri dengan bentuk wadah tempatnya berada. Kecenderungan ini muncul disebabkan oleh relatif lemahnya ikatan antar molekul dan gradien potensial yang memungkinkan fluida mengalir guna mengambil tingkat energi potensial terendahnya.

Pola aliran yang terbentuk dan kecepatan fluida di dalam media secara keseluruhan tergantung pada tiga hal utama, yang meliputi: sifat fluida dimaksud, bentuk dan sifat media, serta perlakuan luar yang terjadi pada keduanya.

Model aliran fluida di dalam batuan berpori terutama banyak dipakai di bidang eksplorasi minyak bumi dan pengelolaan air tanah. Khusus dikaitkan dengan sifat batuan, terutama porositasnya, telah banyak dikemukakan perumusan teori maupun empirik tentang *permeabilitas* batuan, beserta perhitungan dan penerapannya baik di laboratorium maupun di lapangan.

Walaupun telah banyak perumusan empirik diperkenalkan namun perumusan dimaksud kurang dilandasi oleh teori yang mantap, sehingga keberlakuannya relatif terbatas. Penelitian ini bermaksud meninjau kembali hubungan teoritis antara porositas dengan *permeabilitas* batuan, dengan tujuan untuk memperjelas landasan teori dan pemahaman tentang hal di atas beserta aspek-aspek penerapannya, di laboratorium maupun di lapangan.

Perkolasi dan Difusi

Perkolasi dan difusi adalah suatu model untuk menggambarkan aliran fluida sebagai suatu proses yang memiliki sifat acak/kacau. Di dalam proses difusi kita meletakkan kekacauan pada fluida, sedang pada proses perkolasi kekacauan diletakkan pada media (Suprpto, 1974). Di dalam proses difusi dapat dikatakan bahwa *fluida selalu dapat menembus media*, lepas dari seberapa jauh dan seberapa lama fluida mengalir di dalamnya, tetapi di dalam perkolasi ada *batas* di mana fluida *dapat menembus atau hanya terperangkap* di dalam media.

Untuk mempermudah pengertian biasanya dipakai model kisi kristal, dengan titik (site) atau ikatan (bond) di antara dua titik sebagai media bagi aliran fluida. Kisi yang dipakai dapat berbentuk segitiga, segiempat, atau segienam (sarang lebah) untuk kisi dua dimensi (2-D), juga dapat berbentuk kubus, intan atau heksagonal untuk kisi tiga dimensi (3-D).

Berdasarkan pilihan media di atas maka dikenal dua model perkolasi: *perkolasi titik* (site percolation) dan *perkolasi ikatan* (bond percolation) (Frisch, et al., 1961; Frisch, et al, 1962; Stauffer & Aharony, 1992).

Peluang Perkolasi, Nilai kritik Perkolasi dan Nilai Mutlak Perkolasi

Andaikan p ($0 < p < 1$) adalah fraksi dari semua titik terbuka (dapat terisi fluida) terhadap seluruh titik lengkap (berdasarkan model pola kisi yang dipakai), maka suatu saluran fluida akan

terbentuk jika ada hubungan antara titik-titik terbuka bertetangga terdekat. Pertanyaan yang perlu dijawab adalah: Berapa peluang, $P(p)$, fluida, dalam waktu yang cukup lama, akan mencapai posisi yang sangat jauh dari posisinya semula? $P(p)$ dalam hal ini dinamakan *peluang terjadinya perkolasi* fluida di dalam media.

Dari banyak perhitungan dapat ditunjukkan bahwa untuk p kurang dari nilai tertentu, p_c , selalu diperoleh $P(p)=0$, yang berarti bahwa fluida hanya akan mengalir di dalam daerah yang sangat terbatas. Besaran p_c dinamakan sebagai *nilai kritik perkolasi*, yang merupakan nilai batas peluang terjadi perkolasi.

Jika nilai p -dengan $p > p_c$ - terus meningkat, $P(p)$ juga akan meningkat, hingga pada suatu harga $p \geq p_m$ akan selalu diperoleh $P(p) = 1$. Nilai batas $p = p_m$, di mana perkolasi selalu terjadi disebut sebagai *nilai mutlak perkolasi*.

Porositas dan Permeabilitas Batuan

Porositas didefinisikan sebagai perbandingan antara volume ruang terbuka di dalam batuan terhadap volume total batuan (Gilbert & Christensen, 1967). Ada dua jenis utama porositas, *porositas absolut* dan *porositas relatif*.

Pengukuran porositas biasanya berkaitan dengan porositas relatif, yaitu hanya pori yang secara langsung berhubungan dengan permukaan batuan, sehingga dapat dimasuki fluida, tidak termasuk pori yang terisolasi. Sesuai dengan jenis batuan: *batuan kompak* dan *batuan aluvial*, Tabel 1. menyatakan hasil pengukuran besar partikel (pembentuk batuan aluvial) dan porositas relatif untuk beberapa jenis batuan.

Tabel 1. Besar partikel dan porositas relatif batuan

JENIS BATUAN	Diameter Partikel (μm)	Porositas relatif (%)
Debu	2 - 20	20 - 50
Pasir halus	20 - 200	30 - 35
Pasir kasar	200 - 2000	35 - 40
Campuran pasir dan kerikil	200 - 2000	20 - 35
Kerikil	> 2000	30 - 40
Pasir seragam	-	30 - 40
Batuan kapur	-	1 - 10
Batuan granit	-	1 - 5

Sumber: Seyhan (1990).

Berkenaan dengan kemudahan aliran fluida (cair) di dalam batuan berpori Darcy, pada tahun 1856, mengemukakan sebuah formula sebagai hasil percobaannya untuk aliran air melalui saringan pasir homogen dengan ketebalan tertentu. Formula hasil percobaan tersebut dikenal sebagai Hukum Darcy (Bear, 1979):

$$Q = KA (h_1 - h_2) / L \quad (1)$$

dengan

Q : laju air melalui pasir (volum/waktu)

A : luas penampang media berisi pasir

$(h_1 - h_2)$: beda tinggi muka air sebelum dan sesudah melewati pasir

L : tebal pasir

K sering juga disebut sebagai *konduktivitas idrolik* atau *koefisien permeabilitas* yang bergantung bukan hanya pada sifat batuan, juga pada sifat fluida yang melewatinya. Sifat fluida yang relevan dalam hal ini adalah *rapat massa* ρ dan *viskositas* μ . Secara lebih lengkap K dapat dinyatakan sebagai (Bear, 1979):

$$K = k g \rho / \mu \quad (2)$$

dengan k disebut sebagai *permeabilitas batuan*.

Permeabilitas batuan mewakili hanya sifat-sifat media (pori), yang meliputi: bentuk, distribusi, kelengkungan susunan, permukaan spesifik, dan porositas (Bear, 1979). Berbagai formula tentang k telah diperkenalkan, baik yang bersifat empirik seperti formula Fair & Hatch maupun yang bersifat teoretik-empirik seperti persamaan Kozeny-Carman (Bear, 1979; Seyhan, 1990). Satu hal yang perlu digarisbawahi adalah bahwa pernyataan permeabilitas batuan k pada seluruh formula di atas bergantung pada porositas, n . Hal ini sangat menarik mengingat bahwa, menurut teori perkolasi, diperlukan n minimal n_c yang terkait dengan nilai kritik perkolasi p_c agar fluida dapat menembus batuan. Di bawah nilai tersebut fluida akan terperangkap pada daerah yang terbatas saja, dengan demikian $k = 0$.

METODOLOGI

Perancangan Simulasi

Model batuan dipilih berbentuk kristal bujur sangkar (2-D) dan kubus sederhana (3-D). Setiap sel (elemen kisi kristal) merupakan satuan ukuran 'volume' batuan. Suatu pori dinyatakan oleh satu *sel kosong*. Dua buah pori dikatakan berhubungan langsung hanya jika keduanya merupakan tetangga terdekat. Suatu media bagi aliran fluida akan terbentuk jika secara terurut diperoleh pori-pori yang berhubungan dan menghubungkan dua 'bidang' batas batuan yang (dipilih) berseberangan. Hanya fluida yang mengalir melalui media dan menembus kedua bidang tersebut dikatakan dapat berperkolasi.

Dalam penelitian ini dipakai ukuran batuan masing-masing: (250x200), (200x200), (200x150), (200x100), (100x200), (100x100), dan (200x50) untuk kisi 2-D, serta (100x40x40), (100x30x30), (150x20x20), dan (200x16x16) untuk kisi 3-D. Perancangan program simulasi dan visualisasi dengan komputer dilakukan dengan memakai piranti lunak Turbo Pascal versi 5.0.

Penentuan Peluang perkolasi, Nilai kritik perkolasi, dan Nilai mutlak perkolasi

Perhitungan peluang perkolasi dilakukan dengan metoda Monte Carlo, melalui prosedur kerja sebagai berikut:

1. Untuk setiap pilihan ukuran batuan ditetapkan *kelompok sampel* dengan tiap kelompok sampel dinyatakan oleh fraksi pori yang sama. Urutan dan jumlah kelompok sampel ditentukan berdasarkan kenaikan nilai fraksi pori di sekitar nilai p_c dan p_m berdasarkan perkiraan teori atau referensi, dan jumlah titik data yang diperlukan untuk mendapatkan pola hubungan $P(p)$.
2. Dipilih satu dari kelompok sampel pada langkah 1, dan ditentukan 100 *sampel* batuan dengan konfigurasi pori yang berlainan. Konfigurasi pori diperoleh dengan mengambil bentuk distribusi *acak*, melalui bantuan generator bilangan acak yang tersedia pada piranti lunak yang dipakai.

- Program komputer diminta untuk mengevaluasi satu per satu sampel batuan pada langkah 2 di atas, apakah diperoleh suatu media bagi fluida untuk berperkolasi.
- Dengan menyelesaikan seluruh langkah di atas maka peluang perkolasi untuk kelompok sampel ke-i dapat ditentukan sebagai:

$$P(p_i) = \frac{\text{Jumlah sampel dengan fluida berperkolasi}}{\text{Jumlah sampel batuan (= 100)}} \times 100\%$$

Nilai kritik perkolasi, p_c , ditentukan untuk p_i , di mana $P(p_i) = 1\%$, dengan $p_c = p_i \pm 0.0005$

- Kembali ke langkah 1 untuk nilai fraksi pori (kelompok sampel) yang berikutnya, dan pekerjaan dihentikan jika telah diperoleh $P(p_i)=1$.

Nilai mutlak perkolasi, p_m , dinyatakan sebagai $p_m = p_i \pm 0.0005$, pada saat mana diperoleh pertama kali $P(p_i) = 1$.

Langkah kerja di atas dilakukan untuk setiap jenis model batuan (kisi 2-D dan 3-D).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Peluang perkolasi, Nilai kritik perkolasi, dan Nilai mutlak perkolasi

Peluang perkolasi sebagai fungsi dari fraksi pori, $P(p)$, yang diperoleh dari hasil perhitungan simulasi model batuan memberikan pola yang sesuai dengan pola seperti pada Gambar 1. Sesuai dengan perumusan teori, secara umum $P(p)$ akan memenuhi hubungan:

$$P(p) = 0 \quad \text{untuk } 0 \leq p < p_c$$

$$0 < P(p) < 1 \quad \text{untuk } p_c \leq p < p_m$$

$$P(p) = 1 \quad \text{untuk } p \geq p_m$$

Secara khusus yang terpenting dari hasil perhitungan tersebut adalah perolehan nilai kritik perkolasi dan nilai mutlak perkolasi seperti yang tertera pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai kritik perkolasi dan nilai mutlak perkolasi

Dimensi	Ukuran Batuan*	p_c (%)	p_m (%)
2-D	250 x 200	57.20	61.60
	200 x 200	57.10	61.10
	200 x 150	57.20	61.70
	100 x 200	54.50	60.10
	200 x 100	57.40	63.10
	100 x 100	55.00	61.70
	200 x 50	58.30	65.30
3-D	100 x 40 x 40	30.85	33.30
	100 x 30 x 30	31.05	34.10
	150 x 20 x 20	32.15	36.10
	200 x 16 x 16	33.05	37.70

Cat: * angka pertama menyatakan ukuran panjang batuan jarak terpendek yang harus dilalui fluida untuk berperkolasi. Sisa angka berikutnya menyatakan ukuran lebar atau luas penampang.

Dari Tabel 2. diperoleh bahwa p_c dan p_m bergerak naik dengan kenaikan panjang batuan dan/atau lebar(luas) penampang batuan. Ini berarti bahwa perkolasi semakin sulit terjadi pada medium yang panjang dan/atau berpenampang sempit. Konsekuensi logis untuk hal sebaliknya, yaitu perkolasi akan semakin mudah pada medium yang pendek dan/atau berpenampang lebar atau luas. Perbedaan nilai p_c dan p_m yang relatif kecil juga menyatakan bahwa peluang perkolasi naik dengan sangat cepat seiring dengan kenaikan p .

Pori terbasahi, Porositas, dan Nilai Rasio Efektif

Pori terbasahi didefinisikan sebagai pori-pori yang saling terhubung hingga kebidang batas permukaan batuan. Di luar kelompok tersebut dikatakan sebagai *pori terisolasi*. Tabel 3a. dan Tabel 3b. menyatakan hubungan antara fraksi rata-rata pori terbasahi, r , terhadap fraksi pori, p , untuk setiap ukuran model batuan 2-D, dan 3-D.

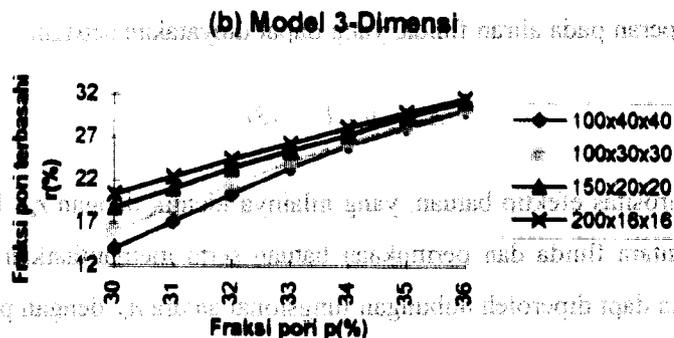
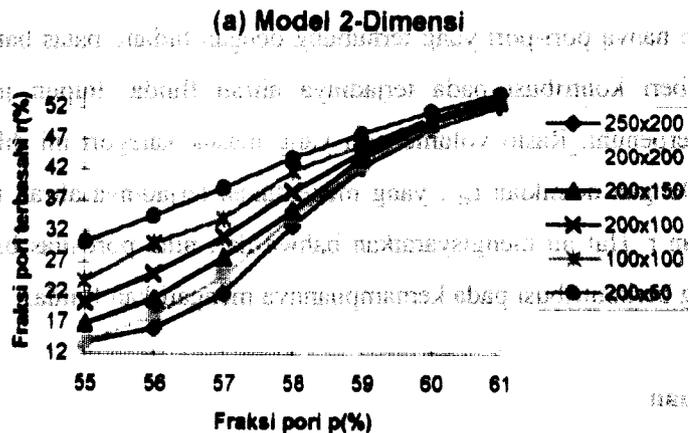
Tabel 3a. Fraksi pori terbasahi (%) terhadap fraksi pori (kisi 2-D)

Ukuran Batuan	A/V (%)	Fraksi pori p (%)									
		50	55	56	57	58	59	60	61	65	67
250 x 200	1.80	5.37	13.76	16.09	21.80	32.85	42.18	48.60	52.31	61.87	64.96
200 x 200	2.00	5.89	13.78	18.29	24.61	34.31	42.63	48.90	52.66	61.94	64.95
200 x 150	2.33	6.82	16.84	20.89	27.68	35.22	43.78	49.72	53.03	62.01	64.92
200 x 100	3.00	8.89	20.34	25.06	31.03	38.38	44.77	50.03	53.16	61.98	64.96
100 x 100	4.00	11.44	23.94	29.97	33.98	41.73	45.90	50.36	53.75	62.08	65.02
200 x 50	5.00	14.19	30.23	34.42	39.01	43.88	47.81	51.43	54.28	62.15	65.04

Tabel 3b. Fraksi pori terbasahi (%) terhadap fraksi pori (kisi 3-D)

Ukuran Batuan	A/V (%)	Fraksi pori p (%)									
		20	25	28	30	31	32	33	34	35	36
100 x 40 x 40	12.00	3.74	6.33	9.75	13.94	17.11	20.40	23.34	25.94	28.10	30.10
100 x 30 x 30	15.33	4.65	7.88	11.68	16.02	18.88	21.60	24.15	26.51	28.56	30.52
150 x 20 x 20	21.33	6.31	10.47	14.80	18.81	21.05	23.32	25.41	27.28	29.34	31.09
200 x 16 x 16	26.00	7.54	12.17	16.65	20.43	22.35	24.36	26.27	28.10	29.83	31.50

Perlu difahami bahwa luas penampang A dimaksud pada Tabel 3a adalah meliputi seluruh panjang rusuk (keliling) batas batuan, sedangkan pada Tabel 3b, dimaksudkan sebagai luas seluruh bidang batas batuan. Jadi pori terbasahi dalam arti teknis memiliki makna yang sama dengan porositas relatif seperti diungkapkan pada Tabel 1. Gambar 2, menyatakan grafik hubungan r dan p seperti yang dinyatakan pada Tabel 3a, dan Tabel 3b.



Gambar 2. Grafik hubungan antara rata-rata fraksi pori terbasahi terhadap fraksi pori untuk model batuan 2-D dan 3-D.

Dari Gambar 2. diperoleh tiga hal yang menarik, yaitu:

- untuk suatu harga p tertentu, r semakin besar jika rasio antara luas penampang terhadap volume batuan, A/V , semakin besar.
- untuk ukuran batuan tertentu, r naik seiring dengan kenaikan p
- jika p mendekati p_m , nilai r untuk semua ukuran batuan akan cenderung sama.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa *jika porositas (relatif) diartikan sebagai ratio volume pori terbasahi maka hasil pengukurannya sangat tergantung pada bentuk dan ukuran sampel, kecuali untuk nilai porositas yang sama atau lebih dari p_m .*

Grafik pada Gambar 2., juga dapat memberi makna bahwa nilai porositas absolut, yang identik dengan p , memiliki hubungan fungsional terhadap r , nilai terukur berdasarkan volume fluida yang dapat diserap batuan.

Dalam kenyataan hanya pori-pori yang terhubung dengan bidang batas batuan, tempat fluida masuk, yang memberi kontribusi pada terjadinya aliran fluida. Itupun jika kondisi fluida berperkolasi telah terpenuhi. Rasio volume pori yang masuk kategori ini dikenal dengan *nilai rasio efektif*, r_{ef} . Dengan demikian r_{ef} , yang menentukan terjadinya aliran fluida, cukup kecil dibandingkan dengan r . Hal ini mengisyaratkan bahwa dari nilai porositas batuan yang terukur hanya sebagian yang berkontribusi pada kemampuannya mengalirkan fluida.

Permeabilitas Batuan

Karena fluida hanya dapat mengalir melalui pori terbasahi maka hanya luas penampang efektif, A_{ef} yang berperan pada aliran fluida, yang dapat dinyatakan sebagai:

$$A_{ef} = n_{ef} A \quad (3)$$

dengan n_{ef} adalah porositas efektif batuan, yang nilainya identik dengan r_{ef} . Dengan memahami bagaimana kontak antara fluida dan permukaan batuan serta memanfaatkan hubungan antara r dengan p di atas maka dapat diperoleh hubungan fungsional antara n_{ef} dengan p , $p(n_{ef})$ atau $n_{ef}(p)$.

Agar formula Darcy tetap dapat dipakai, pengaruh n_{ef} perlu disertakan ke dalam bagian dari koefisien permeabilitas, K . Dan jika kita dapat memisahkan pengaruh sifat medium dengan sifat fluidanya maka n_{ef} hanya terkait dengan permeabilitas, k , dalam hubungan yang linear

$$k \propto n_{ef} \quad (4)$$

Hal lain yang perlu diperhitungkan adalah peluang perkolasi, $P(p(n_{ef}))$. Pernyataan yang cukup memadai untuk mengungkapkan hubungan antara k dengan $P(p(n_{ef}))$ adalah

$$k = C n_{ef} P(p(n_{ef})) \quad (5)$$

dengan C adalah faktor kesesuaian empirik.

Dari persamaan (5) di atas dapat disimpulkan bahwa:

-
- Pada kondisi batuan dengan $n_{ef} < n_c$, dimana $n_c = n_{ef}(p_c)$, fluida tak mungkin dapat menembus batuan. Dalam hal ini k selalu bernilai nol.
- pada kondisi batuan dengan $n_c \leq n_{ef} < n_m$, dimana $n_m = n_{ef}(p_m)$, nilai k memiliki makna sebagai nilai rata-rata sampel atau nilai antara untuk k yang diwakili oleh nilai minimum dan maksimum porositas hasil pengukuran.
- Pada kondisi $n_{ef} \geq n_m$ fluida dapat dipastikan menembus batuan. Dalam hal ini k dapat dituliskan sebagai $k = C n_{ef}$.

Kita ketahui bahwa karena peluang perkolasi tidak berhubungan linear dengan porositas maka k juga secara umum tak linear terhadap n_{ef} , kecuali untuk $n_{ef} \geq n_m$. Sejauh ini belum diperoleh data empirik, dalam jumlah yang cukup memadai, yang dapat dibandingkan dengan prediksi teori perkolasi di atas. Tinjauan sekilas dari bentuk persamaan empirik untuk k belum sesuai dengan prediksi teori perkolasi (Bear, 1979; Seyhan, 1990). Jika memang demikian maka kita masih perlu mewaspadai pengaruh besaran intrinsik batuan lainnya, yang (menurut dugaan) hanya akan muncul dalam bagian faktor kesesuaian empirik C .

Dari segi teori perkolasi perbaikan dapat dilakukan dengan meninjau pemakaian bentuk sel kisi atau distribusi pori yang lain. Hal ini perlu diperhatikan mengingat setiap setiap jenis

batuan dapat memiliki pola struktur geometri pori yang lain, yang sangat dipengaruhi oleh sifat material dan proses pembentukannya.

KESIMPULAN

Dari hasil penerapan teori perkolasi titik dan perhitungan simulasi untuk model kisi persegi (2-D) dan kisi kubus (3-D) dapat disimpulkan hal-hal berikut:

1. Teori perkolasi dengan jelas membatasi peluang perkolasi, $P(p)$. Secara teoretis $P(p)$ naik dengan cepat, terutama pada model batuan 3-D. Nilai $P(p)$ dibatasi oleh nilai kritis perkolasi, p_c , dan nilai mutlak perkolasi, p_m .
2. Munculnya faktor $P(p)$ pada pernyataan untuk permeabilitas K harus diinterpretasikan bahwa nilai K adalah nilai rata-rata sampel, atau jelajah antara nilai K minimum dan maksimum yang relevan.
3. Dalam hal porositas (relatif) identik dengan fraksi (volume) pori terbasahi maka pengukurannya harus mempertimbangkan bentuk dan ukuran sampel, kecuali pada harga porositas lebih besar dari suatu nilai yang identik dengan nilai maksimum perkolasi model batuan yang dipakai.
4. Pada pengukuran permeabilitas kontribusi hanya diberikan oleh pori yang terhubung dengan bidang batas masuk fluida. Karena itu nilai porositas efektif yang berkontribusi dalam proses aliran fluida pada umumnya lebih kecil dari nilai porositas relatif.
5. Masih diperlukan banyak percobaan untuk meyakinkan kemampuan prediksi teori perkolasi, dengan catatan bahwa perkolasi dan pori bukan satu-satunya proses dan parameter yang berpengaruh dalam aliran fluida di dalam media.

Penelitian terakhir (Sahimi, 1994) meyakinkan bahwa penentuan distribusi pori menjadi bagian yang sangat penting di dalam memodelkan formasi ruang pori dan porositas bahan. Di dalam hal ini pola distribusi acak hanya merupakan sebagian kecil dari model yang mungkin untuk diterapkan.

DAFTAR PUSTAKA

- Bear J., 1979, *Hydrolics of Groundwater*, Mc. Graw Hill, New York.
- Frisch HL. et al., 1961, *Physical Review*, vol. 124, p. 1021., 1962, *Physical Review*, vol. 126, p. 949.
- Gilbert CH. and Christensen, 1967, *Physical Geology Laboratory Course*, Mc. Graw Hill, New York.
- Sahimi M., 1994, *Application of Percolation Theory*, Taylor & Francis, London.
- Seyhan E., 1990, *Dasar-dasar Geologi: terjemahan oleh Sentot S. dan Sunardi P.*, UGM Pers, Yogyakarta.
- Suprpto BB., 1974, *Teori Perkolasi dan Beberapa Penggunaannya*, LFN-LIPI, Bandung.
- Stauffer D. and Aharony A., 1992, *Introduction to Percolation Theory*, 2nd ed., Taylor & Francis, London.