Jurnal Penelitian Sains (hal. 69 - 73)
No.10, Oktober 2001

KAJIAN SOLUSI FUNGSI BILANGAN BULAT TERBESAR LINIER

Indrawati dan Fitri Maya Puspita
Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya

ABSTRAK

Bilangan bulat terbesar dari X adalah bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan X dan dinotasikan dengan ß X à n $\Leftrightarrow n \leq X < n+1$, n bilangan bulat. Sedangkan fungsi bilangan bulat terbesar adalah fungsi yang memuat ß X à atau $f(x)$ = ß X à. Solusi fungsi bilangan bulat terbesar $f(x)$ = ß X à ditentukan dengan mencari suatu interval ak < a_{k+1}, $a_{k+1} - a_k = I$, dimana I = panjang interval yang ditentukan sehingga $f(x)$ = ß X à terdefinisi.

ABSTRACT

The biggest integer number of X is the biggest integer number that is less than or equal to X and it can be denoted by ß X à n $\Leftrightarrow n \leq X < n+1$, n integer number. Furthermore, the biggest integer number function is the function that contains ß X à or $f(x)$ = ß X à. The solution of the biggest integer number function $f(x)$ = ß X à can be found by seeking an interval ak < a_{k+1}, $a_{k+1} - a_k = I$, where I = the interval length that must be found so $f(x)$ = ß X à is defined.

1. PENDAHULUAN

Ada banyak situasi dalam masalah pencarian solusi yang penting dalam membentuk beberapa jenis proses penyederhanaan. Salah satu pencarian solusi yang dimaksud adalah dalam kalkulus. Kalkulus yang didasarkan pada sifat-sifat bilangan merupakan ilmu yang mempelajari perubahan dan pertumbuhan. (Fleming and Vaiberg, 1989).

Kalkulus diawali dengan studi mengenai fungsi, yang menyatakan hubungan khusus antar bilangan, misalkan harga suatu item merupakan fungsi permintaan untuk item tersebut, dimana hubungan ini dinyatakan set pasangan terurut.

Dari fungsi yang ada, fungsi bilangan bulat terbesar merupakan fungsi khusus yang menarik, karena memiliki ciri khas yang berbeda dari fungsi lain terutama proses pencarian solusi dan penyajian yang berbentuk grafik yang sering disebut grafik tangga. Fungsi ini jarang sekali dikaji secara mendetail, sehingga sering ditemukan kesulitan pencarian solusi yang berhubungan dengan fungsi bilangan bulat terbesar tersebut. Dari hal tersebut, perlu dikaji pencarian solusi bilangan bulat terbesar secara mendetail dan mendalam, agar setiap kasus yang berhubungan dengan fungsi bilangan bulat terbesar dapat dipecahkan dan diperoleh solusi yang benar dan tepat.

Kenyataan bahwa fungsi–fungsi khusus dapat dicari solusinya secara mendetail akan mempermudah pengkajian solusi fungsi-fungsi khusus yang tersedia pada studi kalkulus.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Definisi Fungsi

Fungsi f adalah suatu aturan padanan yang menghubungkan tiap objek x dalam suatu himpunan, yang disebut daerah asal, dengan sebuah nilai unik $f(x)$ dari himpunan kedua. Himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil (jelajah) fungsi tersebut.

Definisi Bilangan Bulat Terbesar

Bilangan Bulat terbesar dari x $\in$ R, ditulis $\leftarrow \;\; \rightarrow$, didefinisikan sebagai $\leftarrow X \rightarrow = n \Leftrightarrow n \leq x < n+1$, n bilangan bulat.

Berdasarkan definisi diatas, $\leftarrow -1,5 \rightarrow = -2$, karena $-2 \leq -1,5 < -1$. Diantara jajaran bilangan bulat yang lebih kecil dari –1,5, yaitu;..., -4, -3, -2, terlihat bahwa –2 yang terbesar.

Definisi Fungsi Bilangan Bulat terbesar

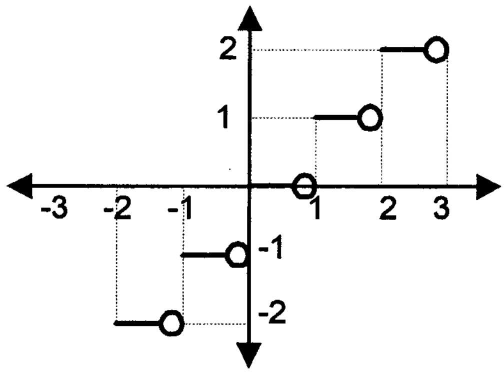
Fungsi bilangan bulat terbesar ialah suatu fungsi yang memuat bentuk $\leftarrow * \rightarrow$. Bila digambarkan grafik fungsi dari $f(x) = \leftarrow x \rightarrow$, x $\in$ R pada kasus D_f = R dan R_f = Z = himpunan bilangan bulat. Untuk memperoleh gambaran, ambil beberapa nilai n tertentu dari definisi bilangan bulat terbesar, diperoleh

....

$n = -2;\; -2 \leq x < -1 \Rightarrow f(x) = \leftarrow x \rightarrow = -2$
$n = -1;\; -1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = \leftarrow x \rightarrow = -1$
$n = 0;\; 0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = \leftarrow x \rightarrow = 0$
$n = 1;\; 1 \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = \leftarrow x \rightarrow = 1$
$n = 2;\; 2 \leq x < 3 \Rightarrow f(x) = \leftarrow x \rightarrow = 2$

....

Bentuk fungsi f beserta grafiknya diperlihatkan pada gambar di bawah:



Gambar 1. Grafik Fungsi $f(x)$

Fungsi f seperti ini seringkali dinamakan *Fungsi Tangga.*

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam pencarian solusi dan penggambaran grafik fungsi bilangan bulat terbesar yang linier, harus ditentukan dua hal:

1. Panjang interval dari fungsi bilangan bulat terbesar tersebut
2. Pencarian titik-titik yang bersesuaian untuk melukiskan grafik.

3.1. Panjang interval

Panjang interval ditentukan dengan menetapkan suatu bilangan bulat dimana pada interval tersebut $f(x)$ berganti nilai.

Pada fungsi $f(x) = \leftarrow x \rightarrow$ panjang interval melompat pada setiap bilangan bulat secara berurutan, atau dikatakan bahwa panjang interval tersebut adalah sebesar 1. Tetapi, bila fungsi bilangan bulat linier berubah atau berbentuk $f(x) = \leftarrow ax + b \rightarrow$, maka panjang interval akan berubah.

Pada setiap literatur yang ditemui, tidak ada penjelasan mengenai cara penentuan panjang interval jika fungsi bilangan bulat terbesarnya berbentuk $f(x) = \leftarrow ax + b \rightarrow$ dengan $c \leq x < g$, bilangan yang memuat variabel x harus disamakan dengan 1, karena 1 dianggap sebagai skala normal untuk menentukan interval, sebagaimana telah dijelaskan di atas untuk grafik $f(x) = \leftarrow x \rightarrow$.Sehingga $ax = 1$ atau $x = 1/a$. Jadi panjang interval adalah $1/a$, dimulai dari 0 ke arah kanan sumbu koordinat dan 0 ke arah kiri sumbu koordinat tergantung dari interval yang ditentukan.

3.2. Pencarian titik-titik untuk melukis grafik

Setelah didapat panjang interval yaitu $1/a$, maka ditetapkan suatu interval dimana nilai $f(x)$ tersebut tidak berganti.

Misalkan untuk $f(x) = \leftarrow ax + b \rightarrow$, $c \leq x < g$, dengan panjang interval $1/a$ maka untuk interval $c \leq x < d$, dimana panjang intervalnya adalah $1/a$, maka $f(x) = ax + b$. Selanjutnya untuk interval $d \leq x < e$, maka

$f(x)$ = ad + b, dan seterusnya sampai batas interval yang ditentukan yaitu g.

Apabila telah diperoleh semua interval dan nilai f(x) dari fungsi tersebut, maka dapat dilukis grafik fungsi bilangan bulat terbesar tersebut.

Pada fungsi bentuk $f(x)$ = ←ax + b→ memiliki panjang interval yang sama dengan $f(x)$ = ← ax → + b, karena yang dilihat adalah variabel x bukan konstanta yang mengikuti fungsi tersebut, sehingga dapat dikatakan $f(x)$ = ← ax + b → memiliki grafik yang sama dengan $f(x)$ = ← ax →+ b.

3.3. Contoh soal

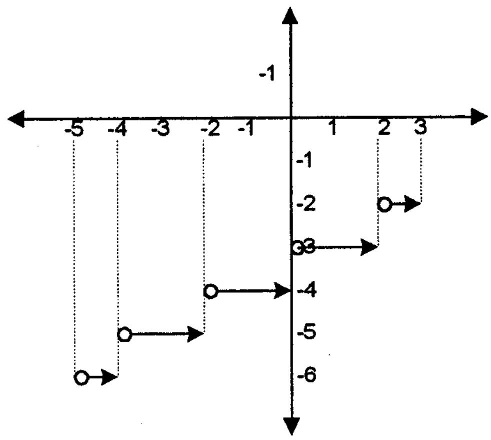
1. Gambar grafik fungsi $f(x)$ = ← x/2 - 3 →; $-5 \leq x < 3$

Solusi:

Panjang interval: x/2 = 1, x = 2. Jadi panjang interval adalah 2 dimulai dari 0 ke kanan sumbu koordinat atau 0 ke kiri sumbu koordinat. Sehingga interval-interval yang terbentuk adalah:

$-5 \leq x < -4$	$f(x) = -6$
$-4 \leq x < -2$	$f(x) = -5$
$-2 \leq x < 0$	$f(x) = -4$
$0 \leq x < 2$	$f(x) = -3$
$2 \leq x < 3$	$f(x) = -2$

dengan grafik sebagai berikut:



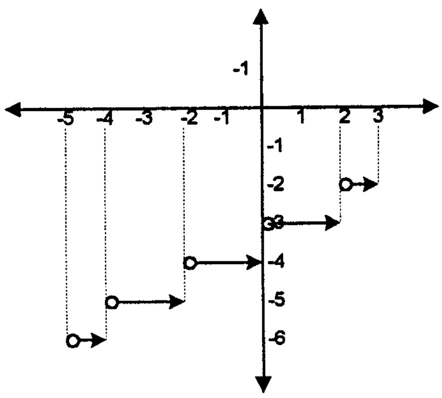
2. Tentukan grafik fungsi $f(x)$ = ← x/2 → – 3; $-5 < x < 3$

Solusi:

Panjang interval: x/2 = 1, x = 2. Jadi panjang interval adalah 2 dimulai dari 0 ke kanan sumbu koordinat atau 0 ke kiri sumbu koordinat. Sehingga interval-interval yang terbentuk adalah:

$-5 \leq x < -4$	$f(x) = -6$
$-4 \leq x < -2$	$f(x) = -5$
$-2 \leq x < 0$	$f(x) = -4$
$0 \leq x < 2$	$f(x) = -3$
$2 \leq x < 3$	$f(x) = -2$

dengan grafik sebagai berikut:



IV. KESIMPULAN

Fungsi bilangan bulat terbesar $f(x) = ⟦ax + b⟧$ memiliki panjang interval 1/a dan fungsi $f(x) = ⟦ax + b⟧$ memiliki nilai dan grafik yang sama dengan $f(x) = ⟦ax⟧ + b$.

DAFTAR PUSTAKA

Purcell, E.J. and Varberg, D, (1995). Kalkulus dan Geometri Analitis. Jilid I Edisi Kelima. Penerbit Erlangga, Jakarta.

Martono, K. (1990). Seri Matematika Teori, Soal Jawab dan Pembahasan Kalkulus Sistem Bilangan Real dan Fungsi, Jilid 1, Penerbit ITB, Bandung