

PENYEDERHANAAN UNGKAPAN BOOLE DARI SUATU RANGKAIAN LOGIKA DENGAN METODE PETA KARNAUGH

Ning Eliyati, Indrawati, Amalia Syari
Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya

ABSTRAK

Aljabar boole digunakan untuk menyederhanakan ungkapan dalam rangkaian logika. Metode yang dapat digunakan diantaranya adalah peta Karnaugh. Peta Karnaugh adalah susunan segiempat beraturan yang mengikuti pola 2^n , dimana n adalah jumlah variabel masukan pada rangkaian logika. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui bentuk ungkapan Boole dari suatu rangkaian logika dan bentuk yang paling sederhana dari ungkapan itu. Penyederhanaan dilakukan dengan menggunakan sifat adjacent dari segiempat pada peta Karnaugh. Pada peta Karnaugh 2 variabel untuk 2^1 segiempat adjacent menghasilkan 1 literal. Pada peta Karnaugh 3 variabel untuk 2^1 segiempat adjacent menghasilkan 2 literal, sedangkan untuk 2^2 segiempat adjacent menghasilkan 1 literal.

Kata kunci : Peta Karnaugh, segiempat adjacent, rangkaian logika.

ABSTRACT

Boolean algebra is used to simply the expression in logic circuit. One of method used is Karnaugh map. Karnaugh map is an arrangement of regular rectangular having 2^n pattern, where n is the number of input variable in logic circuit. The objective of this research is to simply boolean expression in order to get simpler form. Simplification was conducted by using adjacent property of rectangular in Karnaugh map. In Karnaugh map 2 variables of 2^1 adjacent rectangular will result 2 literals. In Karnaugh map 3 variables of 2^1 adjacent rectangular will result 2 literals, and also for 2^2 adjacent rectangular will result 1 literal.

Key word : map Karnaugh, adjacent rectangular, logic circuit.

PENDAHULUAN

Aljabar Boole digunakan untuk menyederhanakan rangkaian logika yang bentuknya rumit dengan cara manipulasi aljabar yang prosesnya sangat panjang. Proses ini agak sulit dilakukan karena tidak ada aturan khusus yang jelas untuk menentukan langkah manipulasinya, dan kadangkala hasil penyederhanaan dengan aljabar boole ini masih perlu disederhanakan lagi. Adapun metode yang dapat digunakan untuk menyederhanakan ungkapan boole diantaranya adalah peta Karnaugh. Metode ini mula-mula diusulkan oleh Veitch (1952) selanjutnya dimodifikasi oleh Karnaugh (1953).

Peta Karnaugh adalah susunan segiempat beraturan yang mengikuti pola 2^n , dimana n adalah jumlah variabel masukan pada rangkaian logika. Setiap segiempat berisi kombinasi variabel input dan komplemennya. Pada masalah ini akan dibahas peta karnaugh dua variabel dan tiga variabel. Untuk

menyederhanakan ungkapan boole suatu rangkaian logika digunakan suatu teknik pelingkaran pada peta Karnaugh. Pelingkaran ini menggunakan sifat adjacent dari segiempat pada peta karnaugh yaitu setiap segiempat yang akan disederhanakan hanya berbeda satu variabel, sehingga diperoleh bentuk sederhana ungkapan boole suatu rangkaian logika. Secara khusus tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui bentuk ungkapan boole dari suatu rangkaian logika dan bentuk yang paling sederhana dari ungkapan itu.

Istilah logika biasanya digunakan untuk menyatakan suatu proses pengambilan keputusan. Dalam rangkaian logika operasi-operasi dalam aljabar boole ditampilkan dalam bentuk suatu gerbang logika. Suatu gerbang logika adalah rangkaian yang mempunyai beberapa input tetapi hanya mempunyai satu output yang akan bernilai 1 atau 0 sesuai dengan input yang diberikan (Morris, 1992). Bentuk output rangkaian ini dapat dilihat dengan menggunakan aljabar boole.

Output yang dihasilkan berupa suatu ungkapan yang memiliki nilai, ungkapan ini dinamakan ungkapan boole. Ungkapan boole dapat dibentuk dari suatu rangkaian logika, atau sebaliknya dari suatu rangkaian logika dapat dibentuk ungkapan boole.

METODOLOGI PENELITIAN

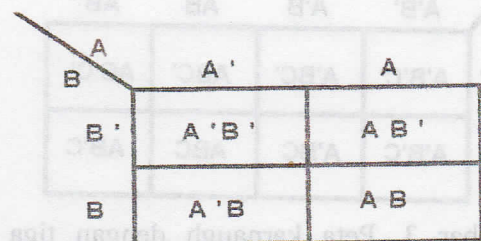
Peta Karnaugh

Peta karnaugh adalah diagram yang terdiri dari sejumlah segiempat bersebelahan yang mengikuti pola 2^n dengan $n = 1,2,3,\dots,k$. Untuk menyederhanakan ungkapan boole dari suatu rangkaian logika digunakan suatu teknik pelingkarannya pada peta Karnaugh tersebut. Pelingkaran ini menggunakan sifat adjacent dari segiempat yang bersebelahan dan mengikuti pola 2^k dengan $k=0,1,2,3,\dots,n$. Pelingkaran dapat dilakukan secara vertikal maupun horizontal dan hasil pelingkaran akan ditampilkan dalam bentuk operasi penjumlahan. Hasil inilah yang merupakan bentuk sederhana dari ungkapan boole suatu rangkaian logika.

Dua kolom atau baris pada peta Karnaugh dikatakan adjacent satu sama lain jika variabel keduanya hanya berbeda satu variabel, sehingga variabel itu dapat dihilangkan dan akibatnya fungsi logika itu menjadi lebih sederhana (Nripendra, 1993).

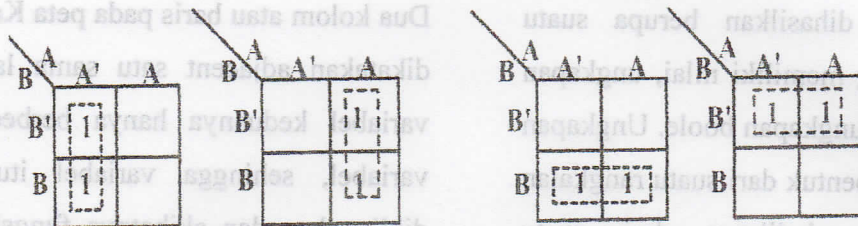
Peta Karnaugh dua variabel

Peta Karnaugh dua variabel diwakili oleh 2^2 segiempat. Misalkan diberikan input A dan B, maka peta Karnaugh dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 1. Peta karnaugh dengan dua variabel

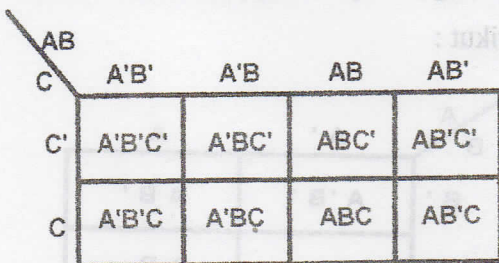
Bentuk pelingkaran yang mungkin dilakukan pada peta Karnaugh dua variabel seperti ditunjukkan pada gambar berikut :



Gambar 2. Pelingkaran peta karnaugh dua variabel

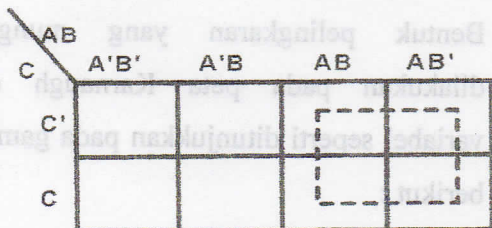
Peta karnaugh tiga variabel

Peta Karnaugh dua variabel diwakili oleh 2^2 segiempat. Misalkan diberikan input A, B, dan C maka peta Karnaugh dapat digambarkan sebagai berikut :



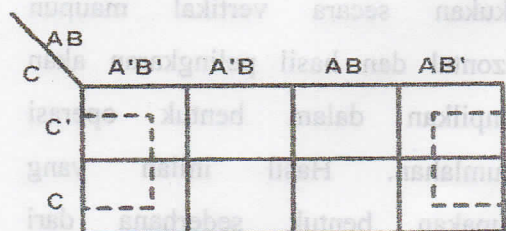
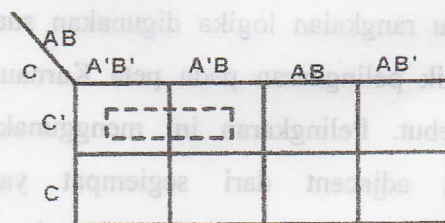
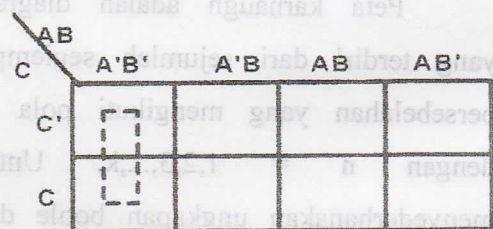
Gambar 3. Peta karnaugh dengan tiga variabel

-- Pelingkaran 4 segiempat adjacent yaitu :



Bentuk pelingkaran yang mungkin dilakukan pada peta Karnaugh tiga variabel terdiri dari :

Pelingkaran 2 segiempat adjacent yaitu :



HASIL DAN PEMBAHASAN

Peta Karnaugh yang dibahas adalah peta Karnaugh dua variabel dan tiga variabel. Proses pelingkaran dilakukan menurut pola 2^k , dimana $k = 0, 1, 2, \dots, n$ dengan syarat $n > k$.

Penyederhanaan dengan Peta Karnaugh Dua Variabel

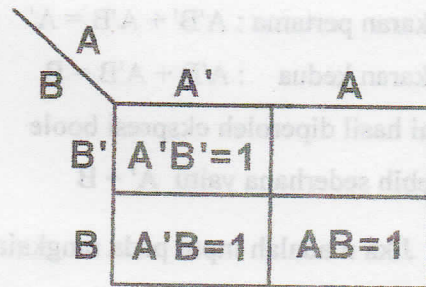
Peta karnaugh menghubungkan ungkapan boole dua variabel. Segiempat yang dibentuk sebanyak 2^2 yang masing-masing berisi dua literal. Dalam proses penyederhanaan dua segiempat adjacent yang dilingkari adalah seperti Gambar 2 yang masing-masing berisi dua literal baik secara vertikal maupun secara horizontal.

Apabila diberikan suatu rangkaian logika dengan dua input, dan akan disederhanakan dengan menggunakan peta karnaugh, maka pertama-tama harus diketahui ungkapan boole-nya, kemudian dibentuk peta Karnaugh sesuai jumlah variabel yang digunakan.

Contoh : Diberikan ungkapan boole $Z = A'B' + A'B + AB$

Peta yang akan digunakan adalah peta Karnaugh dua variabel, sehingga terdapat 2^2 segiempat pada karnaugh dimana angka 1 akan ditempatkan pada segiempat yang memuat $A'B'$, $A'B$, dan AB , akibatnya terdapat tiga angka 1.

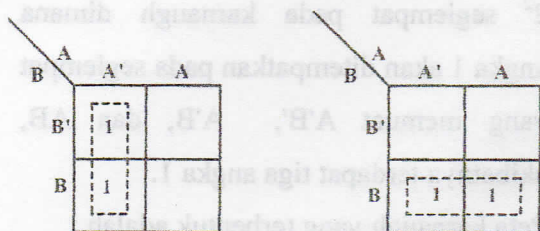
Peta karnaugh yang terbentuk adalah :



Selanjutnya dilakukan teknik pelingkaran. Kolom pertama yang memuat $A'B'$ dan $A'B$ dapat dilingkari karena memiliki beda satu variabel, B dan B' dapat dihilangkan dengan menggunakan sifat komplemen pada aljabar boole. Lalu baris kedua yang memuat $A'B$ dan AB dapat dilingkari karena memiliki beda satu variabel, A dan A' juga dapat dihilangkan dengan

menggunakan sifat komplemen aljabar boole.

Pelingkaran angka 1 pada peta Karnaugh dilakukan seperti gambar berikut :



Pelingkaran pertama : $A'B' + A'B = A'$

Pelingkaran kedua : $A'B + AB = B$

Sebagai hasil diperoleh ekspresi boole yang lebih sederhana yaitu $A' + B$

Jika n adalah input pada rangkaian logika dan k adalah pangkat pada segiempat adjacent, maka dapat ditulis untuk $n = 2$ dan $k = 1$ diperoleh $2^1 = 2$ literal. Untuk $n = 2$ dan $k = 2$ diperoleh $2^2 = 4$ literal yang menghasilkan fungsi boole yang bernilai 1 atau disebut fungsi identitas.

Sebagai bukti dapat ditunjukkan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} & A'B' + A'B + AB' + AB \\ &= A'(B' + B) + A(B' + B) \\ &= A'(1) + A(1) \end{aligned}$$

$$= A' + A$$

$$= 1$$

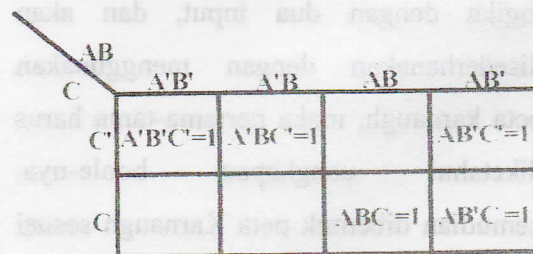
Penyederhanaan dengan Peta Karnaugh Dua Variabel

Segiempat yang dibentuk sebanyak 2^3 yang masing-masing berisi tiga literal. Teknik pelingkaran dapat dilakukan untuk 2^1 segiempat adjacent maupun 2^2 segiempat adjacent.

Untuk lebih memperjelas penggunaan peta karnaugh tiga variabel diberikan suatu contoh rangkaian yang akan disederhanakan yang memunculkan ungkapan boole :

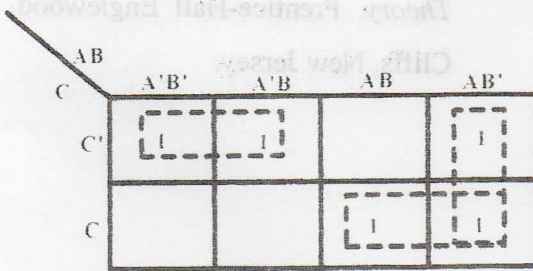
$$Z = ABC + AB'C + AB'C' + A'B'C' + A'BC'$$

Peta karnaugh tiga variabel yang dapat dibentuk dari ungkapan boole dalam rangkaian adalah sebagai berikut :



Diperoleh sebanyak lima segiempat yang memuat angka 1. Pelingkaran dilakukan untuk segiempat adjacent, dalam hal ini masing-masing dua segiempat.

Peta Karnaugh dengan pelingkaran yang didapat dari ungkapan boole yaitu :



Pelingkaran pertama :
 $A'B'C' + A'BC' = A'C'$

Pelingkaran kedua :
 $AB'C' + AB'C = AB'$

Pelingkaran ketiga :
 $AB'C + ABC = AC$

Diperoleh ungkapan boole yang telah disederhanakan yaitu : $Z = A'C' + A'B' + AC$

Seperti halnya pada peta karnaugh dua variabel, jika n adalah input pada rangkaian logika dan k adalah pangkat pada segiempat adjacent, maka dapat ditulis untuk n = 3 dan k = 1 diperoleh 3

-1 = 1 literal. Untuk n = 3 dan k = 2 diperoleh 3 - 2 = 1 literal.

Untuk 2^1 segiempat adjacent akan menghasilkan suku dengan 2 literal dan untuk 2^2 segiempat adjacent akan menghasilkan suku dengan 1 literal. Jika pelingkaran dilakukan untuk 2^3 segiempat adjacent maka ungkapan boole akan menjadi fungsi identitas, karena untuk 2^3 segiempat adjacent pada peta karnaugh berarti seluruh segiempat pada peta diberi angka 1.

KESIMPULAN

Disimpulkan dari hasil pembahasan bahwa penyederhanaan menggunakan peta karnaugh dua variabel dengan 2^1 segiempat adjacent menghasilkan 1 literal, sedangkan penyederhanaan peta Karnaugh tiga variabel dengan 2^1 segiempat adjacent menghasilkan 2 literal dan untuk 2^2 segiempat adjacent menghasilkan 1 literal. Proses pelingkaran dilakukan menurut pola 2^k , dimana k = 0,1,2,...,n dan jika k = n maka ungkapan boole akan menjadi fungsi identitas.

DAFTAR PUSTAKA

Deem, B. 1990. *Electronic Math 3th Edition*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, New Jersey.

Garnier, R and Taylor, J. 1992. *Discrete Mathematics for New Technology*. Adam Hilger, New York.

Ibrahim, K.F. 1996. *Teknik Digital*. Andi, Yogyakarta.

Liu, C. L. 1995. *Dasar-Dasar Matematika Diskrit*. PT Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

Mismail, B. 1997. *Dasar-Dasar Rangkaian Logika*. ITB, Bandung.

Morris, J.C. 1992. *Electronics Practical Applications and Design*. Edv Arnold, London.

Nripendra, N.B. 1993. *Logic Design Theory*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, New Jersey.

