



Research Articles

Metode Interpolasi Modifikasi Kostaki dalam Menentukan Peluang Meninggal untuk Perhitungan Premi Asuransi Jiwa Berjangka

Yulia Resti^{1*}, Andi Eka Putra², Des Alwine Zayanti¹, Endang Sri Kresnawati¹

¹Jurusan Matematika FMIPA, Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan, Indonesia

²Alumni Jurusan Matematika FMIPA, Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan, Indonesia

Received 16 Februari 2020; Accepted 15 Agustus 2020; Published 22 September 2020

<p>Keyword: Probability of die; Interpolation; Kostaki modification; Life table; Premium</p>	<p>ABSTRACT: This study discusses the determination of the probability of die at one-year age intervals from the 2010 US life table using the Kostaki Modified interpolation method which is then used in calculating term life insurance premiums. The proposed modification method of Kostaki is Kostaki modification method with 6-point Lagrange and Kostaki modification method with Heligman-Pollard. The selection of the best interpolation results between the two methods uses Mean of Absolute Error. The results showed that first; the interpolation result of the probability of die at the one-year age interval using the Kostaki Modification interpolation method with 6 points Lagrange is better than the interpolation result with the Heligman-Pollard modification, with the value of Mean of Absolute Error 0.001 and 0.006 respectively. Second; term life insurance premiums calculated using the one-year age-interval probability of Kostaki's Modification with 6-point Lagrange interpolation, differ significantly from the premiums calculated using the five-year age interval probability of die in the abridged life table. The premium calculated using the abridged life table is four times greater than the premium calculated using the interpolated results. @2020 Published by UP2M, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University</p>
<p>Kata Kunci: Peluang meninggal; Interpolasi; Modifikasi kostaki; Tabel mortalita; premi</p>	<p>ABSTRAK: Penelitian ini membahas tentang penentuan peluang meninggal interval usia satu-tahunan dari tabel mortalita ringkas Amerika 2010 menggunakan metode interpolasi Modifikasi Kostaki untuk kemudian digunakan dalam perhitungan premi asuransi jiwa berjangka. Metode modifikasi Kostaki yang diusulkan adalah metode Modifikasi Kostaki dengan Lagrange 6 titik dan metode Modifikasi Kostaki dengan Heligman-Pollard. Pemilihan hasil interpolasi terbaik di antara kedua metode tersebut menggunakan Rataan Galat Mutlak. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pertama; hasil interpolasi peluang meninggal interval usia satu-tahunan menggunakan metode interpolasi Modifikasi Kostaki dengan Lagrange 6 titik lebih baik daripada hasil interpolasi dengan Modifikasi Heligman-Pollard, dengan nilai Rataan Galat Mutlak masing-masing sebesar 0,001 dan 0,006. Kedua; premi asuransi jiwa berjangka yang dihitung menggunakan peluang meninggal interval usia satu-tahunan hasil interpolasi Modifikasi Kostaki dengan Lagrange 6 titik, berbeda secara signifikan dengan premi yang dihitung menggunakan peluang meninggal interval usia lima-tahunan pada tabel mortalita ringkas. Premi yang dihitung menggunakan tabel mortalita ringkas empat kali lebih besar nilainya dibandingkan dengan premi yang dihitung menggunakan hasil interpolasi. @2020 Published by UP2M, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University</p>

* Corresponding author.

E-mail address: yulia_resti@mipa.unsri

PENDAHULUAN

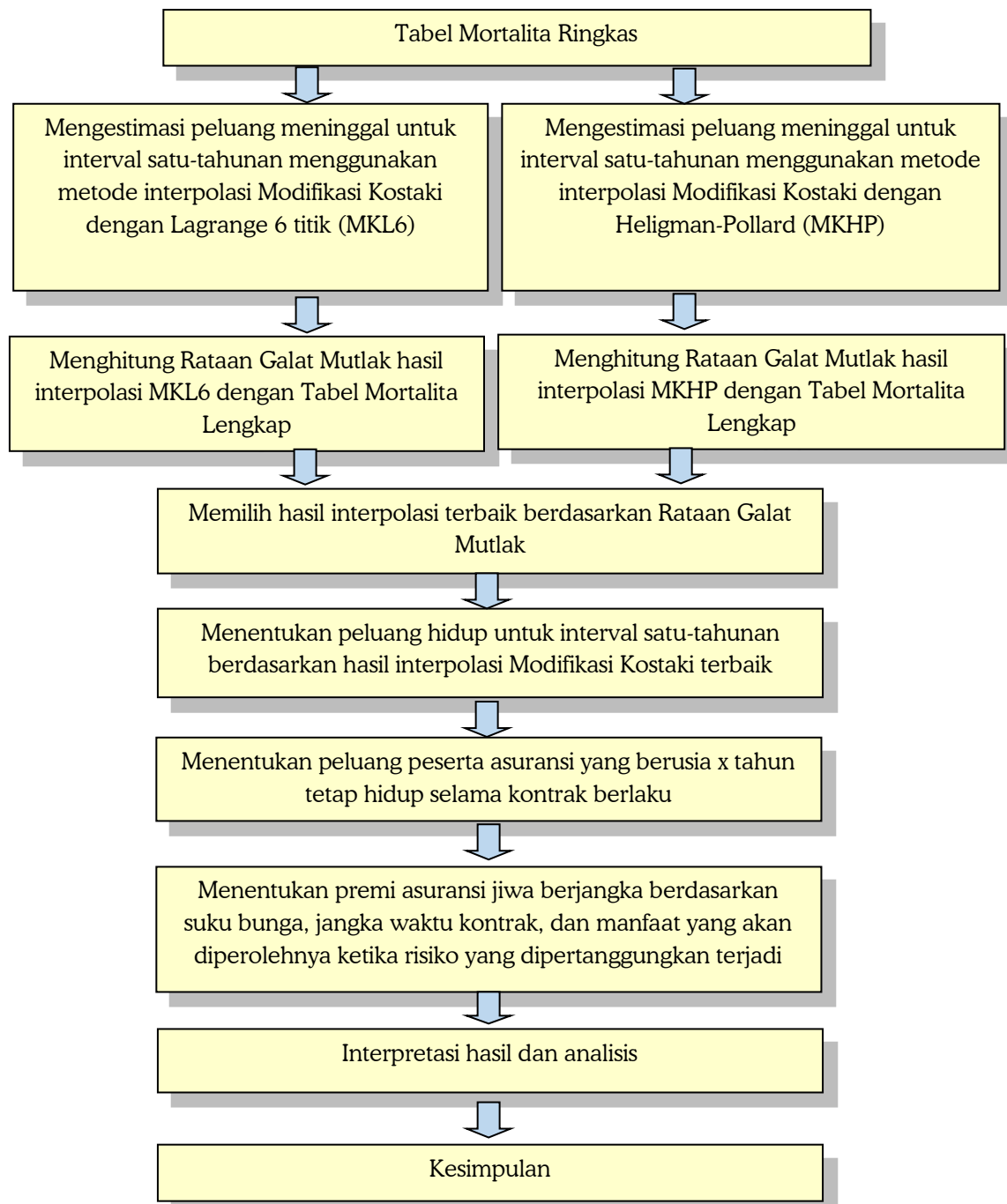
Penentuan premi suatu produk asuransi jiwa memerlukan peluang meninggal yang biasanya diperoleh dari suatu tabel mortalita. Tabel mortalita merupakan suatu tabel yang memuat data sekelompok orang dengan jumlah tertentu yang lahir di waktu yang sama dimana banyaknya orang yang meninggal dari kelompok tersebut disajikan dari periode ke periode hingga semua orang dari kelompok tersebut meninggal dunia, dan dari data tersebut disajikan beberapa komponen yang dapat digunakan untuk menentukan peluang meninggal [1]. Tabel mortalita dapat disajikan dalam bentuk kelompok umur dalam interval lima atau sepuluh-tahunan yang disebut tabel mortalita ringkas (*abridged life table*) atau dalam umur satu-tahunan yang disebut tabel mortalita lengkap (*complete life table*). Banyaknya orang yang meninggal dalam suatu kelompok tertentu dapat juga diprediksi menggunakan distribusi statistik yang lazim dikenal sebagai hukum mortalita [2]. Kesesuaian hukum mortalita Gompertz dan Makeham dengan tabel mortalita Amerika Serikat 1979-1981 dan tabel mortalita Indonesia 2011 dikaji oleh [3]. Menurut mereka ada kesesuaian antara hukum mortalita Gompertz dengan tabel mortalita Amerika Serikat (untuk jenis kelamin pria dan wanita) dan tabel mortalita Indonesia untuk jenis kelamin pria, serta ada kesesuaian hukum mortalita Mahekam dengan tabel mortalita Indonesia untuk jenis kelamin wanita. Kesesuaian hukum mortalita Mahekam dengan tabel mortalita Indonesia untuk jenis kelamin wanita ini diterapkan [4] untuk menentukan nilai tunai manfaat asuransi jiwa atau sering juga dikenal sebagai nilai premi tunggal yang dibayarkan sekaligus. Hukum mortalita Gompertz diterapkan oleh [5] untuk menghitung dana tabarru' menggunakan metode *Cost of Insurance*, sedangkan [6] menerapkan hukum mortalita Gompertz, hukum mortalita Makeham, dan Tabel Mortalita Amerika Serikat 1979-1981 untuk menentukan premi tunggal yang dibayarkan sekaligus dari produk asuransi jiwa berjangka. Nilai premi yang paling mahal diperoleh berturut-turut dengan menggunakan hukum Makeham, hukum Gompertz, dan Tabel Mortalita Amerika Serikat 1979-1981.

Ketika data peluang meninggal hanya dimiliki dalam bentuk tabel mortalita ringkas (TMR), salah satu cara memperoleh peluang meninggal dalam bentuk tahunan adalah menggunakan metode interpolasi. Beberapa metode interpolasi yang sering digunakan para peneliti adalah metode interpolasi Lagrange [7], interpolasi Heligman-Pollard [8], dan interpolasi Kostaki [9]. Menurut [10], metode interpolasi Modifikasi Kostaki memiliki tingkat akurasi yang lebih baik dibandingkan dengan beberapa metode interpolasi seperti metode interpolasi Kostaki, interpolasi Lagrange, dan interpolasi Heligman-Pollard dalam menginterpolasi komponen-komponen pada tabel Mortalita untuk interval satu tahunan dimana ia menerapkannya pada TMR Amerika Serikat 2007. Metode interpolasi Modifikasi Kostaki ini merupakan gabungan metode interpolasi Kostaki dengan metode interpolasi lain seperti metode interpolasi Lagrange dan metode interpolasi Heligman-Pollard.

Menurut [11], [12], nilai-nilai yang disajikan pada komponen-komponen TMR Amerika periode 2010-2015 mengikuti pola yang diharapkan dan tidak menunjukkan penyimpangan baik distribusi statistiknya maupun rata-rata tertimbang dari hasil sensus periode 2010-2015. Pada penelitian ini dibahas tentang penentuan peluang meninggal interval usia satu tahunan dari TMR Amerika menggunakan metode interpolasi Modifikasi Kostaki dengan Lagrange 6 titik (MKL6) dan Modifikasi Kostaki dengan Heligman-Pollard (MKHP) dari TMR dimana hasil interpolasi terbaik yang diperoleh digunakan untuk menentukan premi asuransi jiwa berjangka n -tahun. Pada asuransi jiwa ini, tertanggung akan menerima manfaat jika risiko yang dipertanggungkan dalam kontrak terjadi dalam n -tahun. Untuk mengetahui pengaruh perbedaan penggunaan peluang meninggal dalam menentukan premi, pada penelitian ini juga diilustrasikan perhitungan premi asuransi jiwa berjangka menggunakan TMR.

BAHAN DAN METODE

Langkah-langkah utama pada penelitian ini dalam bentuk diagram alir dan disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram alir penelitian

Tabel mortalita yang digunakan adalah TMR Amerika 2010 (*US Abridged Life Table 2010*) dan Tabel Mortalita Lengkap Amerika 2010 (*US Completed Life Table 2010*) yang diperoleh dari http://www.mortality.org/hmd/USA/STATS/bltper_5x1.txt, 17/09/2014 8:23.

Metode Interpolasi Modifikasi Kostaki dengan Lagrange 6 titik

Langkah awal adalah mengestimasi peluang meninggal untuk interval satu-tahunan berdasarkan TMR (lima-tahunan) Amerika Serikat 2010 menggunakan metode interpolasi Modifikasi Kostaki dengan Lagrange 6 titik (MKL6). Adapun tahapan-tahapannya adalah:

- a) Menentukan peluang meninggal interval usia lima-tahunan ${}_5q_x$ sebagai peluang seseorang

yang telah mencapai usia x tahun akan meninggal sebelum mencapai usia $x+n$ menggunakan persamaan,

$${}_nq_x = \frac{{}_nd_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} \quad (1)$$

- b) Menentukan peluang meninggal interval usia satu-tahunan ${}_nq_x^{(1)}$ tahunan menggunakan interpolasi Lagrange 6 titik (L6) menggunakan persamaan

$$q_x = {}_nq_x^{(1)} = \sum_{i=1}^6 {}_nq_{x_i} L_i(x) \quad (2)$$

dengan

$$L_i(x) = \prod_{j=1, j \neq i}^n \frac{(x-x_j)}{(x_i-x_j)} \quad (3)$$

- c) Menentukan nilai konstanta interpolasi Kostaki ${}_nK_x$ untuk setiap interval usia menggunakan persamaan,

$${}_nK_x = \frac{\ln(1 - {}_nq_x)}{\sum_{i=0}^{n-1} \ln(1 - q_{x+i}^{(s)})} \quad (4)$$

dengan $q_{x+i}^{(s)}$ adalah peluang seseorang tepat berusia x meninggal sebelum mencapai usia $x+i+1$ pada tabel mortalita.

- d) Menentukan peluang meninggal interval usia satu-tahunan \hat{q}_x pada tabel mortalita lengkap menggunakan persamaan,

$$\hat{q}_x = 1 - (1 - q_x^{(s)})^{nK_x} \quad (5)$$

Metode Interpolasi Modifikasi Kostaki dengan Heligman-Pollard

Selanjutnya mengestimasi peluang meninggal untuk interval satu-tahunan berdasarkan TMR (lima-tahunan) Amerika Serikat 2010 menggunakan metode interpolasi Modifikasi Kostaki dengan Heligman-Pollard (MKHP) dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a) Menentukan peluang meninggal interval usia lima-tahunan ${}_nq_x$ menggunakan persamaan (1) seperti pada interpolasi Modifikasi Kostaki dengan Lagrange 6 titik.
- b) Menentukan nilai parameter-parameter model Heligman-Pollard pada persamaan,

$$\frac{q_x}{p_x} = A^{(x+B)^C} + W + GH^x \quad (6)$$

dimana

$$W = D \exp \left[-E \left(\ln \left(\frac{x}{F} \right) \right)^2 \right] \quad (7)$$

dengan bantuan perangkat lunak menggunakan metode Lavenberg Marquardt, dimana $\beta = (A, B, C, D, E, F, G, H)$. Iterasi ke-

$n+1$ pada metode Lavenberg Marquardt didefinisikan sebagai,

$$\hat{\beta}^{n+1} = \hat{\beta}^n - R^{-1} \left[\frac{\partial SSE(\beta)}{\partial (\beta_i)} \right] \quad (8)$$

dimana

$$R = \left(J(\hat{\beta}^n)^T J(\hat{\beta}^n) + \lambda_n I_{p \times p} \right) \quad (9)$$

dan $\hat{\beta}^n$, R^{-1} , $\left[\frac{\partial SSE(\beta)}{\partial (\beta_i)} \right]$, $J(\hat{\beta}^n)$, λ_n , $I_{p \times p}$ berturut-turut adalah parameter pada iterasi ke- n , invers dari R , persamaan normal, matriks Jacobi dari $\hat{\beta}^n$, koefisien pada iterasi ke- n , dan matriks identitas.

- c) Menentukan peluang meninggal interval usia satu-tahunan ${}_nq_x^{(1)}$ tahunan menggunakan interpolasi model Heligman-Pollard (HP) menggunakan persamaan (10) – (12) yang berturut-turut untuk usia anak-anak (1-9 tahun), usia muda (10-29 tahun), dan usia tua (lebih dari 30 tahun).

$${}_nq_x^{(1)} = \frac{A^{(x+B)^C}}{1 + A^{(x+B)^C} + W + GH^x} \quad (10)$$

$${}_nq_x^{(1)} = \frac{W}{1 + A^{(x+B)^C} + W + GH^x} \quad (9) \quad (11)$$

$${}_nq_x^{(1)} = \frac{GH^x}{1 + A^{(x+B)^C} + W + GH^x} \quad (12)$$

Persamaan (10) – (12) diperoleh dengan memisalkan bagian sebelah kanan pada persamaan (6) sebagai $F(x; \beta)$, dimana

$$q_x = \frac{F(x; \beta)}{1 + F(x; \beta)} = G(x; \beta) \quad (13)$$

dan

$$q_x = 1 - p_x \quad (14)$$

kemudian pembilang $F(x; \beta)$ pada masing-masing persamaan berturut-turut merupakan komponen usia anak-anak (1-9 tahun), usia muda (10-29 tahun), dan usia tua (lebih dari 30 tahun) yaitu $A^{(x+B)^C}$, W , dan GH^x .

- d) Menentukan nilai konstanta ${}_nK_x$ untuk setiap interval usia menggunakan persamaan (4).

- e) Menentukan \hat{q}_x pada tabel mortalita lengkap menggunakan persamaan (5).

Memilih Hasil Interpolasi Terbaik Berdasarkan Rataan Galat Mutlak

Langkah selanjutnya adalah memilih hasil interpolasi peluang meninggal interval usia satu-tahunan \hat{q}_x yang terbaik dari kedua metode Modifikasi Kostaki berdasarkan Rataan Galat Mutlak (RGM). RGM merupakan salah satu metode untuk melihat keakuratan suatu nilai dugaan dengan nilai sebenarnya, semakin kecil nilai RGM yang didapatkan maka semakin akurat nilai dugaannya. Jadi dalam penelitian ini, nilai RGM yang lebih kecil menunjukkan hasil interpolasi yang lebih baik. Adapun RGM dirumuskan sebagai,

$$RGM = \frac{1}{n} \sum_{x=1}^n |q_x - \hat{q}_x| \quad (15)$$

dengan q_x adalah nilai peluang kematian sebenarnya, dan n adalah usia tertinggi pada Tabel Mortalita. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

- Hitung RGM untuk q_x pada tabel mortalita lengkap Amerika Serikat 2010 dengan \hat{q}_x hasil interpolasi modifikasi Kostaki dengan Lagrange 6 titik.
- Hitung RGM untuk q_x pada tabel mortalita lengkap Amerika Serikat 2010 dengan \hat{q}_x hasil interpolasi modifikasi Kostaki dengan Heligman-Pollard.
- Membandingkan nilai RGM dari hasil interpolasi kedua metode modifikasi Kostaki dimana hasil interpolasi terbaik kemudian digunakan sebagai dasar menentukan premi asuransi jiwa berjangka.

Premi Asuransi Berjangka

Selanjutnya adalah menentukan premi asuransi jiwa berjangka. Premi ini dirumuskan

sebagai besaran nilai manfaat yang dibagi dengan cicilan yang dibayarkan di awal setiap periode (*due annuity*) dan dinotasikan dengan,

$$P_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{A_{x:\overline{n}|}^1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \quad (16)$$

dimana nilai manfaat asuransi berjangka dan cicilan yang dibayarkan di awal setiap periode diperoleh berturut-turut dengan menggunakan

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} \quad (17)$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \cdot {}_k p_x \quad (18)$$

dimana v , ${}_k p_x$, dan q_{x+k} masing-masing merupakan faktor diskonto dari suku bunga i pada waktu ke- k , peluang peserta berusia x tetap dapat hidup hingga usia $x + k$, dan peluang seseorang yang berusia $x + k$ akan meninggal pada usia $x + k + 1$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Estimasi Peluang Meninggal dengan Interpolasi Modifikasi Kostaki Lagrange 6 Titik

Langkah awal sebelum menentukan peluang meninggal interval usia satu-tahunan dengan metode interpolasi Modifikasi Kostaki Lagrange 6 titik (MKL6) adalah menentukan terlebih dahulu peluang meninggal interval usia lima-tahunan yang dihitung menggunakan (1) untuk usia 0 tahun hingga 110 tahun sebagai usia tertinggi dalam tabel mortalita. Hasil perhitungannya disajikan pada Tabel 1, dan dari tabel ini dapat dilihat bahwa peluang meninggal pada usia 110 tahun adalah 1.

Tabel 1 Peluang meninggal interval lima-tahunan

x	${}_n q_x$	x	${}_n q_x$	x	${}_n q_x$	x	${}_n q_x$
0	0,007220	25	0,004783	55	0,034937	85	0,415193
1	0,001077	30	0,005469	60	0,049359	90	0,606865
5	0,000574	35	0,006935	65	0,073759	95	0,776874
10	0,000705	40	0,009989	70	0,110602	100	0,895708
15	0,002461	45	0,016133	75	0,171432	105	0,955752

20	0,004307	50	0,024309	80	0,266704	110	1
----	----------	----	----------	----	----------	-----	---

Selanjutnya menentukan 6 titik interpolasi dengan interval 10-tahunan seperti yang disajikan pada jarak yang sama untuk kelompok umur dalam Tabel 2.

Tabel 2 Titik interpolasi

Interval Usia (Tahun)	Titik-titik Interpolasi					
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1 – 10	1	5	10	15	20	25
11 – 15	0	5	10	15	20	25
16 – 20	5	10	15	20	25	30
21 – 25	10	15	20	25	30	35
26 – 30	15	20	25	30	35	40
31 – 35	20	25	30	35	40	45
36 – 40	25	30	35	40	45	50
41 – 45	30	35	40	45	50	55
46 – 50	35	40	45	50	55	60
51 – 55	40	45	50	55	60	65
56 – 60	45	50	55	60	65	70
61 – 65	50	55	60	65	70	75
66 – 70	55	60	65	70	75	80
71 – 75	60	65	70	75	80	85
76 – 80	65	70	75	80	85	90
81 – 85	70	75	80	85	90	95
86 – 90	75	80	85	90	95	100
91 – 95	80	85	90	95	100	105
96 – 110	85	90	95	100	105	110

Nilai-nilai pada Tabel 2 ini digunakan untuk memperoleh nilai-nilai pada rumus (3), dan selanjutnya dengan menggunakan rumus (2) dapat diperoleh peluang meninggal interval satu-tahunan menggunakan metode interpolasi Lagrange 6 titik (L6). Hasil perhitungan peluang ini disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3 Peluang meninggal interval satu-tahunan dengan interpolasi L6

x	q_x	x	q_x	x	q_x	x	q_x	x	q_x
0	0,001077	23	0,004677	45	0,016133	67	0,086451	89	0,528987
1	0,001019	24	0,004733	46	0,017610	68	0,093718	90	0,568126
2	0,000886	25	0,004783	47	0,019163	69	0,101733	91	0,643968
3	0,000725	26	0,004879	48	0,020795	70	0,110602	92	0,679768
4	0,000574	27	0,004991	49	0,022508	71	0,120558	93	0,713994
5	0,000462	28	0,005125	50	0,024309	72	0,131547	94	0,746422
6	0,000410	29	0,005283	51	0,026234	73	0,143638	95	0,776874
7	0,000430	30	0,005469	52	0,028254	74	0,156905	96	0,805476
8	0,000529	31	0,005680	53	0,030372	75	0,171432	97	0,831774
9	0,000705	32	0,005927	54	0,032596	76	0,187015	98	0,855628
10	0,001077	33	0,006213	55	0,034937	77	0,204143	99	0,876948
11	0,001005	34	0,006548	56	0,037335	78	0,223014	100	0,895708

12	0,001341	35	0,006935	57	0,039921	79	0,246984	101	0,911955
13	0,001702	36	0,007360	58	0,042748	80	0,266704	102	0,925815
14	0,002077	37	0,007863	59	0,045875	81	0,291886	103	0,937506
15	0,002461	38	0,008458	60	0,049359	82	0,319351	104	0,947343
16	0,002889	39	0,009162	61	0,053389	83	0,349105	105	0,955752
17	0,003304	40	0,009989	62	0,057838	84	0,381095	106	0,963275
18	0,003687	41	0,010993	63	0,062709	85	0,415193	107	0,970583
19	0,004026	42	0,012121	64	0,068012	86	0,291886	108	0,978479
20	0,004307	43	0,013362	65	0,073759	87	0,451929	109	0,987917
21	0,004479	44	0,014703	66	0,079829	88	0,490053	110	1
22	0,004598								

Tabel 4 Konstanta ${}_nK_x$ metode Kostaki dari interpolasi L6

x	${}_nK_x$	x	${}_nK_x$	x	${}_nK_x$	x	${}_nK_x$
1	0,290531	30	0,183242	60	0,168584	90	0,162964
5	0,238471	35	0,174229	65	0,168056	95	0,167596
10	0,103178	40	0,163095	70	0,164515	100	0,173776
15	0,150295	45	0,167399	75	0,162193	105	0,171276
20	0,188937	50	0,171091	80	0,159139		
25	0,190847	55	0,173472	85	0,157611		

Peluang meninggal interval satu-tahunan yang diperoleh menggunakan interpolasi L6 titik ini menunjukkan bahwa peluang meninggal mengalami penurunan pada tahun pertama sampai tahun keenam, namun untuk peluang meninggal pada tahun ketujuh sampai tahun keseratus sepuluh mengalami peningkatan dan usia tertinggi yang dicapai adalah seratus sepuluh tahun.

Selanjutnya, nilai konstanta ${}_nK_x$ metode Kostaki diperoleh dengan cara mensubstitusikan peluang meninggal interval umur satu-tahunan pada metode interpolasi L6 seperti yang disajikan pada Tabel 3 dan nilai peluang meninggal interval

umur lima-tahunan seperti yang disajikan pada Tabel 1 ke dalam persamaan (4). Hasil perhitungan nilai konstanta ${}_nK_x$ untuk setiap interval umur disajikan pada Tabel 4.

Berikutnya, estimasi peluang meninggal interval satu-tahunan menggunakan metode interpolasi MKL6 diperoleh dengan mensubstitusikan hasil pada Tabel 4 ke persamaan (5) dan hasilnya disajikan pada Tabel 5. Hasil estimasi yang disajikan pada Tabel 5 ini memiliki pola yang mirip dengan [10] yang menggunakan TMR Amerika tahun 2002 dan 2007 dengan metode yang sama.

Tabel 5 Estimasi peluang meninggal interval satu-tahunan dengan MKL6

x	\hat{q}_x	x	\hat{q}_x	x	\hat{q}_x	x	\hat{q}_x	x	\hat{q}_x
0	0,006150	23	0,000885	45	0,002719	67	0,015081	89	0,123960
1	0,000313	24	0,000896	46	0,002969	68	0,016400	90	0,141132
2	0,000296	25	0,000915	47	0,003234	69	0,017870	91	0,154885
3	0,000257	26	0,000933	48	0,003511	70	0,019068	92	0,169369
4	0,000211	27	0,000954	49	0,003804	71	0,020877	93	0,184519
5	0,000137	28	0,000980	50	0,004202	72	0,022902	94	0,200375
6	0,000110	29	0,001010	51	0,004537	73	0,025146	95	0,222291
7	0,000098	30	0,001004	52	0,004892	74	0,027647	96	0,239952
8	0,000103	31	0,001043	53	0,005263	75	0,030040	97	0,258255

9	0,000126	32	0,001089	54	0,005654	76	0,033018	98	0,277005
10	0,000073	33	0,001142	55	0,006150	77	0,036359	99	0,296142
11	0,000104	34	0,001203	56	0,006578	78	0,040098	100	0,324863
12	0,000139	35	0,001212	57	0,007043	79	0,044973	101	0,344413
13	0,000176	36	0,001286	58	0,007550	80	0,048167	102	0,363686
14	0,000215	37	0,001375	59	0,008114	81	0,053440	103	0,382332
15	0,000370	38	0,001479	60	0,008497	82	0,059389	104	0,400512
16	0,000435	39	0,001603	61	0,009206	83	0,066051	105	0,413769
17	0,000497	40	0,001636	62	0,009994	84	0,073520	106	0,432124
18	0,000555	41	0,001801	63	0,010857	85	0,081078	107	0,453395
19	0,000606	42	0,001987	64	0,011805	86	0,090419	108	0,481808
20	0,000815	43	0,002192	65	0,012794	87	0,100706	109	0,530784
21	0,000848	44	0,002413	66	0,013882	88	0,111887	110	1
22	0,000870								

Peluang meninggal interval satu-tahunan yang diperoleh menggunakan interpolasi MKL6 ini menunjukkan bahwa peluang meninggal juga mengalami penurunan pada tahun pertama namun hingga tahun ketujuh, dan mengalami peningkatan kembali hingga tahun kesembilan kemudian turun lagi pada tahun kesepuluh, dan selanjutnya mengalami peningkatan hingga usia tertinggi yang dicapai adalah seratus sepuluh tahun.

Estimasi Peluang Meninggal Menggunakan Interpolasi Modifikasi Kostaki dengan Heligman-Pollard

Langkah awal sebelum mengestimasi peluang meninggal untuk interval satu-tahunan menggunakan metode interpolasi MKHP adalah menentukan parameter modelnya. Tabel 6 menyajikan parameter model HP yang diperoleh menggunakan metode Lavenberg-Marquardt dengan bantuan perangkat lunak. Peluang meninggal interval usia satu-tahunan diperoleh dengan mensubstitusikan parameter-parameter pada Tabel 5 ke persamaan (8) – (10) ke persamaan (6).

Tabel 6. Parameter Interpolasi Heligman-Pollard

Parameter	Anak-anak	Muda	Tua
A	0,769	0,932	1
B	18,133	0,993	1
C	0,934	0,990	0,998
D	10,302	0,594	1
E	1,754	0,008	1
F	2,416	5,21E-10	1
G	7,454	1,149	7,79E-06
H	0,671	0,929	1,155

Tabel 7 Peluang meninggal interval satu-tahunan dengan interpolasi Heligman-Pollard

x	q_x	x	q_x	x	q_x	x	q_x	x	q_x
1	0,001848	23	0,003443	45	0,002544	67	0,057258	89	0,591214
2	0,000930	24	0,003454	46	0,002937	68	0,065551	90	0,625529
3	0,000838	25	0,003464	47	0,003391	69	0,074950	91	0,658628

4	0,000959	26	0,003473	48	0,003915	70	0,085573	92	0,690249
5	0,001176	27	0,003480	49	0,004519	71	0,097544	93	0,720187
6	0,001432	28	0,003486	50	0,005215	72	0,110985	94	0,748285
7	0,001673	29	0,003491	51	0,006019	73	0,126019	95	0,774446
8	0,001842	30	0,000294	52	0,006945	74	0,142764	96	0,798619
9	0,001901	31	0,000339	53	0,008013	75	0,161323	97	0,820802
10	0,003305	32	0,000392	54	0,009244	76	0,181782	98	0,841027
11	0,003301	33	0,000452	55	0,010661	77	0,204205	99	0,859361
12	0,003304	34	0,000522	56	0,012293	78	0,228620	100	0,875892
13	0,003311	35	0,000603	57	0,014172	79	0,255019	101	0,890727
14	0,003321	36	0,000697	58	0,016333	80	0,283347	102	0,903983
15	0,003333	37	0,000805	59	0,018817	81	0,313498	103	0,915784
16	0,003347	38	0,000929	60	0,021669	82	0,345311	104	0,926252
17	0,003361	39	0,001073	61	0,024945	83	0,378571	105	0,935511
18	0,003376	40	0,001239	62	0,028700	84	0,413015	106	0,943677
19	0,003390	41	0,001431	63	0,033002	85	0,448331	107	0,950865
20	0,003405	42	0,001653	64	0,037923	86	0,484176	108	0,957176
21	0,003418	43	0,001908	65	0,043546	87	0,520185	109	0,962709
22	0,003431	44	0,002203	66	0,049958	88	0,555985	110	0,967551

Tabel 7 menyajikan secara lengkap peluang meninggal interval usia satu-tahunan yang diperoleh dengan menggunakan metode interpolasi HP. Peluang meninggal interval satu-tahunan yang diperoleh menggunakan interpolasi Heligman-Pollard ini menunjukkan bahwa peluang meninggal mengalami penurunan pada tahun pertama sampai tahun keempat, namun untuk peluang meninggal pada tahun kelima sampai tahun keseratus sepuluh mengalami peningkatan dan usia tertinggi yang dicapai lebih dari 110 tahun.

Selanjutnya seperti pada metode MKL6, nilai konstanta ${}_nK_x$ metode Kostaki diperoleh dengan cara mensubstitusikan peluang meninggal interval umur satu-tahunan pada metode interpolasi Heligman-Pollard seperti yang disajikan pada Tabel 6 dan nilai peluang meninggal interval umur lima-tahunan seperti yang disajikan pada Tabel 1 ke dalam persamaan (4). Hasil perhitungan nilai konstanta ${}_nK_x$ untuk setiap interval umur disajikan pada Tabel 8.

Tabel 8 Konstanta ${}_nK_x$ metode Kostaki dari interpolasi Heligman-Pollard

x	${}_nK_x$	x	${}_nK_x$	x	${}_nK_x$	x	${}_nK_x$
1	0,235358	30	2,742806	60	0,340846	90	0,158719
5	0,071526	35	1,693738	65	0,255029	95	0,174186
10	0,042561	40	1,189282	70	0,195849	100	0,192795
15	0,146361	45	0,938128	75	0,162266	105	0,206887
20	0,251233	50	0,691909	80	0,144862		
25	0,275159	55	0,488320	85	0,145086		

Tabel 9 Estimasi peluang meninggal interval satu-tahunan dengan MKHP

x	\hat{q}_x	x	\hat{q}_x	x	\hat{q}_x	x	\hat{q}_x	x	\hat{q}_x
0	0,006150	23	0,000866	45	0,002387	67	0,014925	89	0,121719
1	0,000435	24	0,000869	46	0,002756	68	0,017142	90	0,144356
2	0,000219	25	0,000954	47	0,003181	69	0,019673	91	0,156831

3	0,000197	26	0,000957	48	0,003673	70	0,017368	92	0,169741
4	0,000226	27	0,000959	49	0,004240	71	0,019900	93	0,183027
5	0,000084	28	0,000960	50	0,003611	72	0,022777	94	0,196635
6	0,000103	29	0,000962	51	0,004169	73	0,026035	95	0,228483
7	0,000119	30	0,000806	52	0,004811	74	0,029718	96	0,243568
8	0,000132	31	0,000929	53	0,005551	75	0,028144	97	0,258790
9	0,000136	32	0,001075	54	0,006405	76	0,032031	98	0,274092
10	0,000141	33	0,001239	55	0,005220	77	0,036385	99	0,289422
11	0,000141	34	0,001431	56	0,006022	78	0,041245	100	0,331211
12	0,000141	35	0,001021	57	0,006946	79	0,046647	101	0,347425
13	0,000141	36	0,001180	58	0,008009	80	0,047117	102	0,363495
14	0,000142	37	0,001363	59	0,009233	81	0,053031	103	0,379386
15	0,000489	38	0,001573	60	0,007439	82	0,059518	104	0,395066
16	0,000491	39	0,001817	61	0,008573	83	0,066595	105	0,432849
17	0,000493	40	0,001473	62	0,009876	84	0,074273	106	0,448518
18	0,000495	41	0,001702	63	0,011373	85	0,082679	107	0,463875
19	0,000497	42	0,001966	64	0,013091	86	0,091577	108	0,478909
20	0,000857	43	0,002269	65	0,011290	87	0,101065	109	0,493612
21	0,000859	44	0,002619	66	0,012985	88	0,111122	110	0,507975
22	0,000863								

Hasil perhitungan peluang meninggal interval satu-tahunan menggunakan metode interpolasi MKHP diperoleh dengan mensubstitusikan hasil pada Tabel 8 ke persamaan (5) dan hasilnya disajikan pada Tabel 9. Seperti pada Tabel 5, hasil estimasi yang disajikan pada Tabel 6 ini memiliki pola yang mirip dengan [10] yang menggunakan TMR Amerika tahun 2002 dan 2007 dengan metode yang sama.

Rataan Galat Mutlak

Perhitungan Rataan Galat Mutlak (RGM) dari hasil interpolasi peluang meninggal interval usia satu-tahunan \hat{q}_x dari kedua metode Modifikasi Kostaki disajikan pada Tabel 9. Semakin kecil nilai RGM yang didapatkan maka semakin akurat nilai dugaannya. Dengan kata lain, nilai RGM yang lebih kecil menunjukkan hasil interpolasi yang lebih baik.

Tabel 9 RGM untuk Modifikasi Kostaski

Usia	Nilai pada Tabel	Nilai Mutlak		Usia	Nilai pada Tabel	Nilai Mutlak	
	Mortalita Lengkap	MKL6	MKHP		Mortalita Lengkap	MKL6	MKHP
x	q_x	$ q_x - \hat{q}_x $	$ q_x - \hat{q}_x $	x	q_x	$ q_x - \hat{q}_x $	$ q_x - \hat{q}_x $
1	0,000440	0,000127	0,000005	56	0,006570	0,000008	0,000548
2	0,000270	0,000026	0,000051	57	0,007060	0,000017	0,000114
3	0,000210	0,000047	0,000013	58	0,007630	0,000008	0,000379
4	0,000160	0,000051	0,000066	59	0,008100	0,000014	0,001133
5	0,000120	0,000017	0,000036	60	0,008630	0,000133	0,001191
6	0,000110	0,000000	0,000007	61	0,009150	0,000056	0,000577
7	0,000110	0,000012	0,000009	62	0,010000	0,000006	0,000124
8	0,000110	0,000007	0,000022	63	0,011290	0,000433	0,000083
9	0,000110	0,000016	0,000026	64	0,011290	0,000515	0,001801
10	0,000100	0,000027	0,000041	65	0,012790	0,000004	0,001500
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

52	0,004970	0,000078	0,000159	107	0,462930	0,009535	0,000945
53	0,005290	0,000027	0,000261	108	0,480700	0,001108	0,001791
54	0,005650	0,000004	0,000755	109	0,497500	0,033284	0,003888
55	0,006070	0,000080	0,000850	110	1	0,000000	0,492025
Total						0,113942	0,639490
RGM						0,001	0,006

Tabel 9 mencatat bahwa nilai Rataan Galat Mutlak hasil interpolasi dengan MKL6 sebesar 0,001 sedangkan dengan MKHP sebesar 0,006. Artinya hasil interpolasi dengan MKL6 lebih mendekati peluang meninggal interval usia satu-tahunan yang sebenarnya atau dengan kata lain hasil interpolasi dengan MKL6 lebih baik daripada hasil interpolasi dengan MKHP. Hasil estimasi peluang meninggal interval usia satu-tahunan ini serupa dengan [10] bahwa MKL6 memiliki Rataan Galat Mutlak yang lebih kecil atau dalam bahasa lainnya adalah hasil interpolasi yang dihasilkan lebih baik. Untuk itu hasil interpolasi MKL6 yang

digunakan untuk menghitung premi asuransi jiwa berjangka.

Premi Asuransi Jiwa Berjangka

Penentuan premi asuransi memerlukan peluang hidup interval usia satu-tahunan dari peserta asuransi yang diperoleh sebagai negasi dari peluang meninggal interval usia satu-tahunan. Peluang hidup interval usia satu-tahunan dari hasil interpolasi peluang meninggal menggunakan metode MKL6 diberikan pada Tabel 10.

Tabel 10 Peluang Hidup Interval Usia Satu-Tahunan Hasil Interpolasi dengan MKL6

x	\hat{p}_x	x	\hat{p}_x	x	\hat{p}_x	x	\hat{p}_x	x	\hat{p}_x
0	0,993850	23	0,999115	45	0,997281	67	0,984919	89	0,876040
1	0,999687	24	0,999104	46	0,997031	68	0,983600	90	0,858868
2	0,999704	25	0,999085	47	0,996766	69	0,982130	91	0,845115
3	0,999743	26	0,999067	48	0,996489	70	0,980932	92	0,830631
4	0,999789	27	0,999046	49	0,996196	71	0,979123	93	0,815481
5	0,999863	28	0,999020	50	0,995798	72	0,977098	94	0,799625
6	0,999890	29	0,998990	51	0,995463	73	0,974854	95	0,777709
7	0,999902	30	0,998996	52	0,995108	74	0,972353	96	0,760048
8	0,999897	31	0,998957	53	0,994737	75	0,969960	97	0,741745
9	0,999874	32	0,998911	54	0,994346	76	0,966982	98	0,722995
10	0,999927	33	0,998858	55	0,993850	77	0,963641	99	0,703858
11	0,999896	34	0,998797	56	0,993422	78	0,959902	100	0,675137
12	0,999861	35	0,998788	57	0,992957	79	0,955027	101	0,655587
13	0,999824	36	0,998714	58	0,992450	80	0,951833	102	0,636314
14	0,999785	37	0,998625	59	0,991886	81	0,946560	103	0,617668
15	0,999630	38	0,998521	60	0,991503	82	0,940611	104	0,599488
16	0,999565	39	0,998397	61	0,990794	83	0,933949	105	0,586231
17	0,999503	40	0,998364	62	0,990006	84	0,926480	106	0,567876
18	0,999445	41	0,998199	63	0,989143	85	0,918922	107	0,546605
19	0,999394	42	0,998013	64	0,988195	86	0,909581	108	0,518192
20	0,999185	43	0,997808	65	0,987206	87	0,899294	109	0,469216
21	0,999152	44	0,997587	66	0,986118	88	0,888113	110	0,000000
22	0,999130								

Perhitungan premi asuransi jiwa berjangka menggunakan peluang meninggal interval usia satu-tahunan hasil interpolasi MKL6 diberikan dalam bentuk ilustrasi. Misalkan seseorang berumur 25 tahun membeli produk asuransi jiwa dengan jangka waktu 12 tahun. Jika suku bunga

sebesar 3% dan manfaat yang akan diperolehnya ketika risiko yang dipertanggungkan terjadi dalam rentang waktu tersebut adalah Rp 100.000.000, maka premi yang harus dibayarkan olehnya setiap tahun adalah Rp 102.172,-, dimana nilai ${}_k p_{25}$ diperoleh dengan cara,

$$\begin{aligned}
 {}_0 p_{25} &= 1 \\
 p_{25} &= 1 - q_{25} \\
 {}_2 p_{25} &= p_{25} \cdot p_{26} \\
 {}_3 p_{25} &= p_{25} \cdot p_{26} \cdot p_{27} \\
 &= {}_2 p_{25} \cdot p_{27} \\
 {}_4 p_{25} &= p_{25} \cdot p_{26} \cdot p_{27} \cdot p_{28} \\
 &\vdots \\
 {}_{11} p_{25} &= p_{25} \cdot p_{26} \cdot p_{27} \cdot p_{28} \cdot p_{29} \cdot p_{30} \cdot p_{31} \cdot p_{32} \cdot p_{33} \cdot p_{34} \cdot p_{35}
 \end{aligned}$$

Perhitungan premi pada ilustrasi 1 secara lengkap menggunakan peluang meninggal hasil interpolasi metode MKL6 disajikan pada Tabel 11.

Tabel 11 Perhitungan Premi Menggunakan Tabel Mortalita Lengkap

k	v^k	v^{k+1}	${}_k p_{25+k}$	${}_k p_{25}$	q_{25+k}	$A^1_{25:\overline{k} }$	$\ddot{a}_{25:\overline{k} }$
0	1	0,970874	0,999085	1	0,000915	0,000888	1
1	0,970874	0,942596	0,999067	0,9990850	0,000933	0,000879	0,969985
2	0,942596	0,915142	0,999046	0,9981529	0,000954	0,000871	0,940855
3	0,915142	0,888487	0,999020	0,9972006	0,000980	0,000868	0,912580
4	0,888487	0,862609	0,998990	0,9962234	0,001010	0,000868	0,885132
5	0,862609	0,837484	0,998996	0,9952172	0,001004	0,000837	0,858483
6	0,837484	0,813092	0,998957	0,9942180	0,001043	0,000843	0,832642
7	0,813092	0,789409	0,998911	0,9931810	0,001089	0,000854	0,807547
8	0,789409	0,766417	0,998858	0,9920994	0,001142	0,000868	0,783172
9	0,766417	0,744094	0,998797	0,9909665	0,001203	0,000887	0,759493
10	0,744094	0,722421	0,998788	0,9897743	0,001212	0,000867	0,736485
11	0,722421	0,701380	0,998714	0,9885747	0,001286	0,000892	0,714167
				$A^1_{25:\overline{12} }$		0,010422	
				$\ddot{a}_{25:\overline{12} }$		10,200542	
				$P^1_{25:\overline{12} }$		0,00102172	
				Manfaat		Rp 100.000.000	
				Premi sekaligus		Rp 1.042.209,-	
				Premi cicilan per tahun		Rp 102.172,-	

Perhitungan premi pada Tabel 11 menunjukkan bahwa jika nasabah yang membeli produk ini ingin membayarkan preminya sekaligus hingga lunas maka premi yang harus dibayarnya sebesar Rp 1.042.209,-, namun jika ia ingin membayarkan preminya dengan cara mencicil pertahun, maka premi per tahun yang harus dibayarnya sebesar

Rp 102.172,-. Apabila diakumulasikan selama 12 tahun, nilai premi yang dibayar secara cicilan ini sebesar Rp 1.226.064,-. Premi sebesar Rp 1.042.209,- atau Rp 102.172,- atau akumulasinya sebesar Rp 1.226.064,-. Hasil perhitungan premi ini merupakan premi bersih (net premium) yang dihitung hanya dengan memperhitungkan risiko

teranggung, belum melibatkan perhitungan biaya-biaya lainnya seperti pajak-pajak, biaya administrasi perusahaan, biaya-biaya yang mungkin timbul akibat investasi, margin, deviden, cadangan dan biaya-biaya perusahaan lainnya yang dapat berbeda-beda di setiap perusahaan.

Untuk mengetahui pengaruh penggunaan peluang meninggal interval usia satu-tahunan dengan peluang meninggal interval usia lima-tahunan, perhitungan premi asuransi jiwa berjangka menggunakan TMR Amerika 2010 juga diberikan dalam bentuk ilustrasi dengan mengasumsikan bahwa usia peserta, lama kontrak, suku bunga, dan besaran manfaat yang

sama. Perhitungan nilai premi menggunakan TMR dapat dilihat pada Tabel 12.

Premi yang dihitung berdasarkan peluang usia lima-tahunan ini nilainya berbeda dengan premi yang dihitung berdasarkan peluang usia satu-tahunan. Tabel 12 menunjukkan bahwa jika nasabah yang membeli produk ini ingin membayarkan preminya sekaligus hingga lunas maka premi yang harus dibayarnya sebesar Rp 4.444.241,-, namun jika ia ingin membayarkan preminya dengan cara mencicil pertahun, maka premi per tahun yang harus dibayarnya sebesar Rp 444.585,-.

Tabel 12 Perhitungan Premi Menggunakan Tabel Mortalita Ringkas

k	v^k	v^{k+1}	p_{25+k}	${}_k p_{25}$	q_{25+k}	$A_{25:\overline{k} }^1$	$\ddot{a}_{25:\overline{k} }$
0	1	0,970874	0,99522	1	0,00478	0,004641	1
1	0,970874	0,942596	0,99522	0,99522	0,00478	0,004484	0,966233
2	0,942596	0,915142	0,99522	0,9046280	0,00478	0,004333	0,933606
3	0,915142	0,888487	0,99522	0,9857284	0,00478	0,004186	0,902081
4	0,888487	0,862609	0,99522	0,9810167	0,00478	0,004045	0,871621
5	0,862609	0,837484	0,99453	0,9763274	0,00547	0,004473	0,842189
6	0,837484	0,813092	0,99453	0,9709869	0,00547	0,004319	0,813186
7	0,813092	0,789409	0,99453	0,9656756	0,00547	0,004170	0,785183
8	0,789409	0,766417	0,99453	0,9603933	0,00547	0,004026	0,758143
9	0,766417	0,744094	0,99453	0,9551400	0,00547	0,003888	0,732035
10	0,744094	0,722421	0,99861	0,9499154	0,00139	0,000954	0,706826
11	0,722421	0,701380	0,99861	0,9485950	0,00139	0,000925	0,685285
						$A_{25:\overline{12} }^1$	0,044442
						$\ddot{a}_{25:\overline{12} }$	9,996389
						$P_{25:\overline{12} }^1$	0,00444585
						Manfaat	100.000.000
						Premi sekaligus	Rp 4.444.241,-
						Premi cicilan per tahun	Rp 444.585,-

Apabila diakumulasikan selama 12 tahun, nilai premi yang dibayar secara cicilan ini sebesar Rp 5.335.017,-. Seperti halnya perhitungan premi menggunakan hasil interpolasi usia satu tahunan, premi sebesar Rp 4.444.241,- atau Rp 444.585,- atau akumulasinya sebesar Rp 5.335.017,- ini merupakan premi bersih yang dihitung hanya dengan memperhitungkan risiko tertanggung, belum melibatkan perhitungan pajak dan biaya-biaya perusahaan lainnya yang dapat berbeda-beda di setiap perusahaan.

Dengan membandingkan hasil perhitungan premi antara menggunakan peluang meninggal hasil interpolasi usia satu-tahunan (Tabel 11) dengan peluang meninggal pada TMR (Tabel 12), diperoleh informasi bahwa perbedaan peluang meninggal signifikan mempengaruhi perhitungan premi. Premi yang dihitung menggunakan TMR dimana peluang meninggal disajikan dalam interval usia lima-tahunan hasilnya lebih besar empat kali lipat dibandingkan dengan premi yang dihitung menggunakan

peluang meninggal usia satu-tahunan hasil interpolasi MKL6. Artinya interpolasi peluang meninggal interval usia satu-tahunan diperlukan untuk menghitung premi jika hanya memiliki TMR.

KESIMPULAN

Penelitian ini telah mengimplementasikan dua metode interpolasi modifikasi Kostaki yaitu MKL6 dan MKHP untuk menentukan peluang meninggal interval usia satu-tahunan dari TMR Amerika 2010. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai Rataan Galat Mutlak hasil interpolasi masing-masing dengan MKL6 dan MKHP adalah 0,001 dan 0,006. Artinya hasil interpolasi dengan MKL6 lebih baik daripada hasil interpolasi dengan MKHP. Ilustrasi perhitungan premi asuransi jiwa berjangka menggunakan peluang meninggal usia satu-tahunan hasil interpolasi dengan MKL6 dan TMR dengan mengasumsikan suku bunga, durasi kontrak asuransi, dan nilai manfaat yang sama menunjukkan bahwa premi yang diperoleh menggunakan TMR nilainya empat kali lebih besar. Ini mengindikasikan diperlukan interpolasi peluang meninggal interval usia satu-tahunan untuk menghitung premi jika yang tersedia hanya TMR.

REFERENSI

- [1] S. D. Promislow, *Fundamentals of Actuarial Mathematics: Second Edition*, 2nd ed. 2011.
- [2] J. Newton L., Bowers, G. Hans U., H. James C., J. Donald A., and N. Cecil J., *Actuarial Mathematics*, vol. 93, no. 6. The Society of Actuaries, 1986.
- [3] V. Huang and K. Farah, "Analisis Kesesuaian Hukum Mortalita Gompertz dan Makeham Terhadap Tabel Mortalita Amerika Serikat dan Indonesia," pp. 63–69, 2012.
- [4] V. Huang and F. Kristiani, "Penerapan Hukum Mortalita Makeham dan Tingkat Suku Bunga Stokastik Untuk Perhitungan Nilai Tunai Manfaat," *Mat Stat*, vol. 13, no. 1, pp. 8–23, 2013.
- [5] F. N. Hidayat, R. Cahyandari, and A. S. Awalluddin, "Penerapan Hukum Mortalita Gompertz untuk Perhitungan Dana Tabarru' dengan Metode Cost of Insurance," *Kubik J. Publ. Ilm. Mat.*, vol. 4, no. 1, pp. 156–162, 2019, doi: 10.15575/kubik.v4i1.5676.
- [6] L. SHERLY, "Membandingkan Premi Asuransi Jiwa Berjangka Berdasarkan Hukum Mortalita Gompertz, Hukum Mortalita Makeham dan Tabel Mortalita Amerika 1979 – 1981 dengan Tingkat Suku Bunga Konstan," UNIVERSITAS LAMPUNG, 1981.
- [7] T. Yulianto, N. I. Ulfaniyah, and R. Amalia, "Peramalan HIV Menggunakan Interpolasi Lagrange," *Zeta - Math J.*, vol. 2, no. 1, pp. 3–6, 2016.
- [8] M. Riyana, S. M. Belwawin, N. Hasanah, and M. Ahmad, "Heligman-pollard modification by using the makeham death rate to predict the life table of the elderly," *IOP Conf. Ser. Earth Environ. Sci.*, vol. 343, no. 1, 2019, doi: 10.1088/1755-1315/343/1/012189.
- [9] M. N. Rajak, Y. N. Nasution, and N. Rizki, "Penentuan Besaran Premi Asuransi Jiwa dengan Model Apportionable Fractional Premiums Berdasarkan Tabel Mortalita dengan Metode Interpolasi Kostaki," *J. Eksponensial*, vol. 9, pp. 27–34, 2018.
- [10] Zukarnaen, "Modifikasi metode interpolasi kostaki dalam menduga tabel hayat lengkap berdasarkan tabel hayat ringkas," INSTITUT PERTANIAN BOGOR, 2012.
- [11] E. Arias, *United States Life Tables, 2010*, National Vital Statistics Reports, Vol.63, no.7. 2014
- [12] E. Arias, L. A. Escobedo, J. Kennedy, C. Fu, and J. Cisewski, *U.S. small-area life expectancy estimates project: Methodology and results summary*, series 2, no. 181. 2018.